PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 12 — 15. Juni 1932 — Redaktionsschluß für Nr. 14 am 1. Juli 1932. — 33. Jahrgang

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

E. W. Pike, Der kathodische Teil der Glimmentladung. I. S. 457.

Originalmitteilungen:

J. Koenigsberger, Thermoremanenz und spontane Magnetisierung. S. 468.

L. Infeld, Die verallgemeinerte Spinorenrechnung und die Diracschen Gleichungen. S. 475.

W. Gräwe, Beeinflussung des Minimumpotentials durch Salze. S. 483.

Besprechungen:

J. Fischer, Theorie der thermischen Meßgeräte der Elektrotechnik. S. 488.

Personalien. S. 488.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Der kathodische Teil der Glimmentladung.

Von Eugene W. Pike.

Teil I: Atomprozesse.

Inhalt.

A. Vorwort. B. Stoßionisation. C. Anregung durch Stöße. D. Bewegung von Elektronen und Ionen in Gasen. E. Elektronenauslösung aus Metalloberflächen. F. Wirkung metastabiler Atome und „Imprisoned Radiation". G. Wiedervereinigung und Photo-Ionisation. H. Literatur-Verzeichnis.

A. Vorwort.

In den zwei Jahren seit dem Erscheinen des Compton und Langmuirschen Berichts (1) über die in Gasentladungsvorgängen wichtigen Einzelprozesse sind wesentliche Fortschritte im Studium dieser Prozesse gemacht worden. Es ist vorgeschlagen, diese Fortschritte hier vom Gesichtspunkt der Gasentladung aus kurz zu besprechen und die Einzelheiten den Original-Arbeiten oder einem der bereits vorhandenen Berichte zu überlassen. Im zweiten Teil dieses Berichts wird versucht, diese neue Kenntnis auf die Vorgänge im kathodischen Teil der Glimmentladung anzuwenden.

B. Stoßionisation.

Die Ionisation von Gasen durch Elektronenstoß hat eine lange Geschichte und eine umfangreiche Literatur, vor kurzem teilweise berichtet (2a) von Smyth, und von Kallmann und Rosen, und ausführlich (bis 1926) von Franck und Jordan.

Die wesentliche gemessene Größe in diesen Experimenten läßt sich definieren als „π^-", der mittlere Wert von Q/ds, worin Q die freie positive Ladung, die in einem Bahnelement ds durch ein durch das Gas mit V Volt Energie sich bewegendes Elektron erzeugt wird, ist". Q wird in Elementar-Einheiten gemessen, und die Ergebnisse werden im allgemeinen auf einen Normalwert der Gasdichte reduziert. Diese Größe π^- ist mit verschiedenen Größen, wie dem Reziprokwert der vom Beobachter für richtig gehaltenen freien Weglänge der Elektronen, multipliziert worden, oder von den einzelnen Beobachtern in anderen Einheiten ausgedrückt, und allgemeine Formeln sind vorgeschlagen worden (3) (4b).

Die bisher genauesten Messungen von π^- sind die von Smith (4), dessen Ergebnisse, im Einklang mit denen der vorhergehenden Beobachter, sich wie folgt zusammenfassen lassen:

Die Ergebnisse von Smith stimmen sehr gut mit den von Hughes und Klein, Compton und Van Voorhis und Jones (5), die durch wesentlich ähnliche Methoden erhalten worden sind (d. h., ein Elektronenstrahl wurde durch ruhendes Gas bei kleinem Gasdruck geschleudert, und die Ionen mittels einem kleinen Querfeld zum Auffänger gezogen), überein. Die Versuche von v. Hippel (6a) zeigen aber eine scharfe Spitze bei $V = 2V_i$, und einen viel schnelleren Abfall mit zunehmender Elektronenenergie oberhalb dieses Wertes. v. Hippel brauchte einen Atomstrahl (in diesem Falle *Hg*), mit einem Elektronenstrahl beschossen, und verließ sich auf die thermische Energie (etwa 0,04 Volt) der Atome, die die Ionen in den Auffänger tragen soll. Es ist fast sicher, daß seine Ergebnisse durch Kontaktspannungen und Raumladungsfelder (cf. Arnot (7)) wesentlich gestört sind. In einer ähnlichen Arbeit von Funk (6b) spielten die Kontaktspannungen eine überwiegende Rolle. Es ist dagegen möglich, daß in der sonstigen Methode die Elektronengeschwindigkeiten durch Plasmaschwingungen längs der Strahlrichtung gestreut werden (cf. Dittmer (8)), und die Schärfe der Spitze dadurch etwas verbreitert wird.

I. $\pi^- = C(V - V_i)$ wenn $V < 2\,V_i$, worin C eine dem Gas entsprechende Konstante ist, und V_i ist gleich oder wenig größer als die spektroskopische Ionisierungsspannung.

II. π^- erreicht einen Maximalwert bei V gegen 125 Volt in allen bisher untersuchten Gasen, und nimmt darauf monoton mit zunehmender Elektronenenergie ab.

Werte von V_i, C (für 1 mm Hg), dem Maximalwert π^-_m, und dem entsprechenden V_m sind in Tabelle I gegeben.

Tabelle I.

Gas	C	V_i	V_m	π^-_m
He	0,045	25	110	1,25
Ne	0,055	22	170	3,0
Ar	0,55	16	90	12
Hg	0,75	12	85	20
N_2	0,25	15,7	100	10,2
H_2	0,16	15,4	60	3,6
CO	0,32	14,1	100	10,9
O_2	0,26	12,5	110	10,4

Der Fehler dieser Werte ist wahrscheinlich kleiner als 10 Proz., und der größte Teil des Fehlers liegt in den Abweichungen der Meßergebnisse von der Formel $\pi^- = C\,(V - V_i)$.

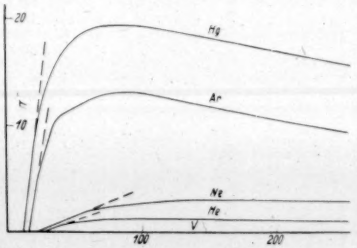

Fig. 1. π^- als Funktion von V. Abszisse ist die Energie des stoßenden Elektrons in Volt; Ordinate der Wert des π^-.

Die Kurven in Fig. 1 sind der Arbeit von Smith entnommen, und zeigen den allgemeinen Verlauf des π^-.

Die Smithschen Werte von π^- enthalten vielfach geladene Ionen. Solche Ionen (wie Compton und Langmuir zeigen) spielen aber wegen ihrer höheren Ionisierungsspannung und kleinem C (9) und der Tatsache, daß sie sich in einem Gas durch Stöße zweiter Art sehr schnell in einfach geladene Ionen derselben Gesamtladung umwandeln, in Gasentladungen eine geringe Rolle.

Messungen der entsprechenden Funktion π^+ sind von Sutton, Beeck und Mouzon (10) für Li^+, Na^+, K^+, Rb^+ und Cs^+ in *He*, *Ne*, *Ar*, *Kr* und *Xe* durchgeführt. Das Verhältnis von π^+ zu V ist im wesentlichen dasselbe wie das von π^-; V_i liegt aber zwischen 100 und 400 Volt, und V_m zwischen 800 und 1500 Volt, und die Werte von C sind im Falle π^+ ein oder zwei Größenordnungen kleiner. Die Werte von C sind am größten für schwere Ionen und wenn das Massenverhältnis Ion zu Atom Eins ist. Sie nehmen rasch ab mit Abweichungen von diesem Verhältnis.

Diese Ergebnisse stehen in keinem notwendigen Zusammenhang mit der Ionisierung eines Gases durch Ionen desselben Gases, weil man in diesem Falle erwartet, daß Umladung (11) und andere Resonanzerscheinungen eine überwiegende Rolle spielen werden. Man weiß aber aus der Theorie der Funkenentladung (12), und insbesondere aus den Beobachtungen von Neuman (13), der fand, daß in Argon bei hohen Drucken die Funkenspannung unabhängig vom Kathodenmetall war, während das Minimumpotential in derselben Röhre eine empfindliche Funktion des Kathodenmetalls war, daß dieser Vorgang stattfindet (cf. Holst und Oosterhuis (14)).

Townsend und seine Mitarbeiter (15) haben die durch in einem elektrischen Feld sich bewegenden Elektronen bewirkte Ionisation bei verhältnismäßig (zum Smithschen Versuch) hohem Gasdruck ausführlich erforscht. Die für uns hier interessanten Ergebnisse sind die Werte von α, der Zahl der Ionen, die durch ein Elektron erzeugt werden, während es sich 1 cm in der Feldrichtung bewegt, und die entsprechende Funktion β für positive Ionen als Funktion des Gases und des Verhältnisses des Feldes zum Gasdruck (E/p). In den molekularen Gasen darf man α sehr genau durch die Formel

$$\alpha = p N e^{-pNV_0/E} \qquad (1)$$

annähern; p ist der Druck, E die Feldstärke, N und V_0 sind charakteristische Konstanten des Gases. Die Ergebnisse für die Edelgase sind unregelmäßig und lassen sich durch Gl. (1) nicht ausdrücken. Die älteren Ergebnisse sind bestimmt durch Verunreinigungen gestört, die Gültigkeit der späteren Versuche ist noch zweifelhaft (16). Fig. 2 zeigt die gemessenen Werte von α für einige Gase. Die ganze Frage ist von Mierdel (17) ausführlich besprochen.

Es ist fast sicher, daß die Werte von β mindestens teilweise falsch sind, weil die Messungen, aus denen β berechnet war, im Druckbereich liegen, in dem Neuman (13) eine Abhängigkeit der Funkenspannung vom Kathodenmetall fand (cf. Holst und Oosterhuis (14), Penning (16b) und Druyvesteyn (33b)).

Die Berechnung des α aus π^- oder umgekehrt ist noch nicht möglich. In dem Townsendschen Verfahren ist die aus dem Felde zwischen zwei Zusammenstößen gewonnene Energie eines Elektrons sehr klein gegenüber der Ionisierungsenergie, so daß die Elektronen in Zick-Zack-Bahnen sich durch das Gas bewegen, und vielmals zwischen zwei Ionisierungsstößen mit Gasmolekülen zusammenstoßen. Man muß deshalb,

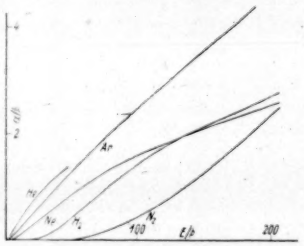

Fig. 2. α als Funktion des Gasdrucks und des Feldes. Abszisse ist (Elektrisches Feld/Gasdruck); Ordinate ist (α/Gasdruck).

wenn man α aus π^- berechnen will, die Elektronenkonzentration und Energieverteilung in jedem Punkt und die Wahrscheinlichkeit jeder möglichen Art des Zusammenstoßes als Funktion der Elektronenenergie (mindestens statistisch) wissen.

Es kommt häufig vor, daß die Elektronenenergieverteilung der Maxwellschen entspricht (18), und für diesen Fall hat Killian (19) die Ionenausbeute pro Volumeneinheit unter Gebrauch des bekannten Wertes π^- berechnet. Es ist aber zweifelhaft, ob die schnellen ionisierungsfähigen Elektronen sich nach dem Maxwellschen Gesetz verteilen (cf. Found (20)). Sondenmessungen sind in diesem Bereich fast unmöglich (cf. Seeliger (21)).

Beim Gebrauch des Townsendschen α in Gasentladungsfragen muß man sehr vorsichtig vorgehen. An einem Punkt, dessen Potential gegen die Kathode kleiner als V_i ist, ist der Wert des α augenfällig Null (wir vernachlässigen der Einfachheit halber die Energie, mit der die Elektronen die Kathode verlassen), und die Messungen zeigen (15b), daß α nur sehr weit weg von der Kathode einen konstanten Wert erreicht, wegen eines allmählichen Zuwachses der ungeordneten Elektronenenergie. In nicht homogenen Feldern wird diese ungeordnete Energie, und dadurch α, vom ganzen Verlauf des Feldes zwischen dem betreffenden Punkt und der Kathode abhängen. Die kathodischen Entladungsteile dagegen sind durch rasch veränderliche Felder und die überwiegende Bedeutung der Vorgänge nahe an der Kathode charakterisiert. Dällenbach (22) hat für irgendeinen bekannten räumlichen Verlauf des α die Ansätze zur Berechnung der elektrischen Eigenschaften der Glimmentladung gegeben, die jetzt allerdings nutzlos sind.

Man muß noch an einen Punkt erinnern, wenn man die Townsendsche Formel (Gl. 1) als erste Annäherung in Gasentladungsrechnungen brauchen will. Mindestens 30 Proz. der gesamten vom Felde stammenden Elektronenenergie wird in Energie der ungeordneten Elektronenbewegung umgeformt (15b). In den Townsendschen Versuchen ist diese Energie an die Anode abgegeben; in einer Entladung kann die Anode durch eine positive Raumladung ersetzt werden, und dadurch ist diese ungeordnete Energie für Ionisierung verfügbar, und zwar kann sie die Hauptquelle der Ionen sein. (Druyvesteyn (23a) findet *NeII* Linien von 44 Volt Anregungsenergie in einer normalen Glimmentladung von 48 Volt Brennspannung. Dauvillier (23b) hat die Existenz sehr schneller Elektronen in Glimmentladungen bewiesen.)

C. Anregung durch Stöße.

Zwei Anregungsfunktionen (ähnlich π^-), lassen sich nach Seeliger (24) definieren; φ^-, die Anregungsfunktion einer gegebenen Spektrallinie, und ψ^-, die Anregungsfunktion eines gegebenen Zustands des Atoms. Die photometrischen Messungen liefern unmittelbar φ^-, die Energieverlust-Messungen dagegen geben ψ^-. Um ψ^- aus φ^- zu berechnen, braucht man die Formel:

$$\sum_u \varphi^- - \sum_o \varphi^- = \psi^-, \qquad (2)$$

worin φ^- in Quantenzahl pro Zentimeter Elektronenbahn berechnet ist, und die „o" und „u" Summen über sämtliche Linien, die den betreffenden Zustand als oberen bzw. unteren Zustand haben, zu erstrecken sind. Die Berechnung des φ^- aus ψ^- ist ähnlich; man braucht aber die Kenntnis der Übergangswahrscheinlichkeiten aller betreffenden Linien. (Näheres s. Bartels (25).)

Die experimentellen Arbeiten in diesem Gebiet sind von Franck und Jordan (2a), und neuerdings von Hanle (2b), der aber die Arbeiten von Michels (26) nicht berücksichtigte, berichtet. Weil entweder die Michelssche Technik oder fast alle anderen Versuche nicht streng gültig sein können, und weil die Michelsschen Ergebnisse fast allen anderen Ergebnissen widersprechen, scheint es wertvoll, die Frage hier zu besprechen.

Michels fand, daß die Vorsichtsmaßnahmen der vorhergehenden Beobachter nicht genügen, das Wiedervereinigungsleuchten auszuschließen, und daß man dieses auf sehr langsame Sekundär-

elektronen von den Spaltkanten zurückführen könnte. Sie verschwanden nur durch den Gebrauch eines Wolframfadens als Elektronenquelle und nach gründlicher Ausheizung der Spalte. (Das von der Oxydkathode verdampfte Barium lagert sich an den Metallteilen ab und dient nicht nur als eine Sekundärelektronenquelle, sondern auch als ein fast vollkommener Spiegel für positive Ionen.) Als Kennzeichen eines reinen Anregungsleuchtens wurde ein linearer Zusammenhang zwischen dem Gesamtleuchten und dem Produkt [(Strom) × (Druck)] gewählt. (Die Kritik von Bartels und Noack (27) in diesem Punkt ist nicht gültig, weil der Druck immer so klein war, daß a wesentlich Null war, d. h. kein Elektron stieß zweimal im Stoßraum mit einem Molekül zusammen.)

Nach der Definition von φ^- ist

$$I = \int_{V_e}^{\infty} \varphi^-(V) \cdot F(V) \cdot dV, \qquad (3)$$

worin I die Intensität der betreffenden Linie, V_e ihre Anregungsspannung und $F(V)$ die Energieverteilung der Elektronen im Strahl sind. Michels mißt $F(V)$ und fand, daß $F(V) = 0$, wenn $V > V_0$, $F(V) = S$, wenn $(V_0 - 5) > V < V_0$, worin V_0 die Beschleunigungsspannung des Elektronenstrahls ist. Innerhalb des Bereichs $[(V_0 - 5) < V < V_0]$ wird (Gl. 3)

$$I = S \int_{V_e}^{V_0} \varphi^-(V) \cdot dV \qquad (4)$$

oder durch Ableitung nach V_0

$$(dI/dV_0) = S \cdot \varphi^-(V). \qquad (5)$$

Durch den Gebrauch dieser Methode fand Michels, daß in *He* (26a, b) und *Na* (26c) φ^- eine scharfe Spitze innerhalb einiger Volt oberhalb V_e hat und eben so rasch wieder abfällt. In *Na* wird φ^- (und hier auch ψ^-) wieder Null und bleibt so; in *He* dagegen steigt φ^- für die Linien der $2\,S_0 - m'P_1$ Serie fast linear wieder an, für die andere Linien bleibt es klein aber endlich.

Ein entsprechender scharfspitziger Verlauf des ψ^- war von Dymond (28) in *He* und Brattain (29) in *Hg* und in den indirekten Messungen von Glockler (30) in *He* gefunden; der spitze Verlauf von φ^- wurde in den indirekten Messungen von Hodges und Michels (31) in *He* und Nottingham (32) im Kupferbogen erhalten. Die bisher veröffentlichten Theorien sind nicht endgültig, und man darf nicht hiermit die experimentellen Widersprüche entscheiden.

Die experimentellen Anordnungen von Hanle und seinen Mitarbeitern bestehen aus einer mit Barium bedeckten äquipotentialen Elektronenquelle, einer Spaltanordnung, einem Stoßraum und einem Faradaykäfig, in dem der Elektronenstrahl aufgefangen und gemessen wird. Wieder der lineare Zusammenhang zwischen dem Gesamtleuchten und dem Produkt [(Druck) × (Strom)] noch die Energieverteilung im Elektronenstrahl wurden in diesen Versuchen geprüft. Die drei von Hanle, Schaffernicht und Larché gefundenen Formen des φ^- können dagegen nicht alle als experimentelle Verzerrungen eines spitzen Verlaufs erklärt werden, und die ganze Frage muß als noch nicht völlig erforscht angesehen werden.

Es scheint nach indirekten aber überzeugenden Beweisen (33) sicher, daß in Neon langsame Elektronen nur die oberen (18,5 Volt) Niveaus anregen; mittelschnelle Elektronen dagegen regen hauptsächlich die tiefsten (16,5 Volt) an (37a). In Argon regen langsame und mittelschnelle Elektronen hauptsächlich die tiefsten (11,7 Volt) Niveaus an; in Helium dagegen regen langsame Elektronen alles an, mittelschnelle Elektronen regen nur die ^1P-Zustände an (37b).

Hanle hat die Messungen des Absolutwerts von φ^- oder ψ^- für verschiedene Linien und Niveaus besprochen. Die verschiedenen Bestimmungen stimmen unter sich nicht einmal größenordnungsmäßig überein. Die Berichtigungen, die den experimentellen Messungen beigefügt werden müssen, sind weitgehend und schwer zu schätzen; außerdem setzen alle Forscher voraus, daß die Strahlung vom Stoßraum kugelsymmetrisch ist, allerdings eine etwas zweifelhafte Annahme. Atkinson (34a), Townsend (15d) und Penning und Teves (34b) haben die relative Häufigkeit der anregenden und ionisierenden Stöße im Falle des Townsendschen Verfahrens in *Ne* auf indirektem Wege geschätzt. Die Werte stimmen gut überein. In Tabelle II sind einige Werte des Verhältnisses (anregende Stöße/Ionisierende Stöße) als Funktion von E/p gegeben.

Tabelle II.

E/p	30	20	10	5
$A.S./I.S.$	1,5	2,7	9	30

Die Anregung von Gasen durch schnelle positive Ionen (Kanalstrahlen) ist von Hanle (2b) und von Wien (2g) besprochen. Appleyard (35a) hat neuerdings die Anregung von Quecksilberdampf durch mittelschnelle Natriumionen untersucht. Er fand (in Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen von Elsasser (35b) und den früheren Beobachtungen), daß Anregung erst bei etwa 70 Volt Ionenenergie erscheint und nachher mit zunehmender Ionenenergie allmählich anwächst.

1. Bewegung von Elektronen und Ionen in Gasen.

Wenn man das Townsendsche α aus atomaren Funktionen oder die räumliche Verteilung von Raumladungen in Gasentladungen zu berechnen versucht, braucht man mindestens die statistischen Bewegungsgleichungen der Elektronen und Ionen. Die Ergebnisse der klassischen kinetischen Theorie sind von Compton und Langmuir berichtet. Die berechneten und beobachteten Werte der Elektronenbeweglichkeit (Geschwindigkeit in der Feldrichtung/Feldstärke) stimmen recht gut überein, und die aus modernen Versuchen stammende Berichtigung verbessert die Übereinstimmung (1, S. 234). Die berechneten und beobachteten Werte der Ionenbeweglichkeit [beobachtet sind allerdings sehr wenige (35b) (cf. Seeliger (21), wo diese Frage ausführlich auseinandergesetzt ist)] stimmen überhaupt nicht überein. Wir werden auf diese Frage später zurückkommen.

Die klassische kinetische Theorie setzt voraus, daß alle Teilchen wie elastische Kugeln stoßen, d. h. die Teilchen, die durch ein Molekül gestreut werden, sind kugelsymmetrisch um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt gestreut. Die Winkelverteilung gestreuter Elektronen ist von vielen Forschern untersucht worden (36, 38). Die Streuung für Elektronenenergien oberhalb 20 Volt liegt hauptsächlich innerhalb kleiner Winkel; es gibt Sekundärmaxima — „Diffraktionsbilder" — bei größeren Winkeln (36c, d, e). Unterhalb 20 Volt ist die Streuung eine ganz regellose Funktion der Gasart und der Elektronenenergie (36h). Fig. 3 zeigt Kurven von Ramsauer und Kollath (36f) und Arnot (36d) im Falle langsamer bzw. mittelschneller Elektronen. Die Beweglichkeitsmessungen von Townsend und von Wahlin (1, S. 227) entsprechen dem regellosen Gebiet, wie auch die meisten Gasentladungsvorgänge; der etwas sonderbare Erfolg der klassischen Theorie ist dadurch erklärt.

Elektronen können Energie bei unelastischen Stößen verlieren, ohne gestreut zu sein (37), und zwar ist der Streuwinkel für unelastisch stoßende Elektronen im allgemeinen kleiner als für elastische Stöße (38, 36d).

Der Energieverlust von Elektronen in Wasserstoff ist von Ramien (39) untersucht. Er fand, daß Elektronen mit Energien unterhalb 9 Volt die Grundschwingung des Wasserstoffmoleküls anregen und dadurch etwa 0,5 Volt verlieren; die Ausbeute ist ungefähr 2 Proz. der Gesamtstöße, und sie nimmt mit wachsender Elektronenenergie allmählich ab. Oberhalb 9 Volt verlieren die Elektronen 9 Volt durch Anregung des $^3\Sigma$-Zustandes. Die Ausbeute ist etwa 1,5 Proz. der Gesamtstöße, und sie nimmt mit wachsender Elektronenenergie auch ab. Ein Dissoziationsverlust oder eine Anregung der Rotationsniveaus findet nicht statt. Es ist wahrscheinlich, daß diese Ergebnisse als qualitativ charakteristisch für alle zweiatomigen Gase genommen werden dürfen.

Die Veränderung des Wirkungsquerschnitts (das ganze Streuvermögen des Gases in cm² Streufläche pro cm³ Gas ausgedrückt) mit der

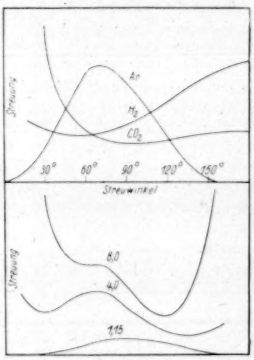

Fig. 3a.
Oben: Streuung von 1,7 Volt Elektronen in verschiedenen Gasen. Abszisse ist der Streuwinkel; Ordinate ist der gestreute Strom pro Einheitskegel (36h). Unten: Streuung von Elektronen verschiedener Energie in Argon. Abszisse und Ordinate sind wie oben.

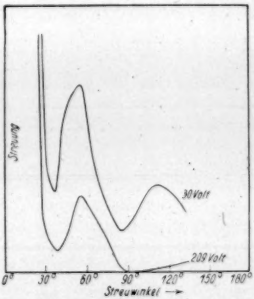

Fig. 3b.
Streuung von mittelschnellen Elektronen in Quecksilberdampf. Abszisse und Ordinate sind wie in Fig. 3a.

Elektronenenergie ist der wohlbekannte „Ramsauer-Effekt". Die Arbeiten, die seit dem Kollathschen Bericht (2c) erschienen sind, haben für Gasentladungsfragen keine Bedeutung. Der Absolutwert dieses Wirkungsquerschnitts ist noch durch den Meßapparat definiert, und deshalb ist der Vergleich verschiedener Methoden nicht möglich.

Hertz und andere (40) haben die Bewegung von Elektronen durch ein Gas zwischen zwei Elektroden theoretisch untersucht, unter Voraussetzung vollkommen elastischer Stöße und unter Vernachlässigung von „persistence of velocities" und allen anderen Wirkungen zweiter Ordnung. Die Lösungen zeigen, daß Konzentrationsgradienten eben so wichtig wie die Feldverteilung in der Bestimmung der Elektronenbewegung sein können. Diese Untersuchungen sind erweitert worden, um anregende Stöße (41a), um die Energie, mit der die Elektronen die Kathode verlassen (41b) und um die Impulsübertragung bei elastischen Stößen (41c) in Betracht zu ziehen. Der Vergleich mit der Erfahrung im „Wolframbogen" in Neon (41c, De Groot), im Faradayschen Dunkelraum (41c, Druyvesteyn), und von Langmuir (41b) ist im allgemeinen befriedigend; die mathematischen Schwierigkeiten sind aber so groß, daß weitgehende Vereinfachungen gemacht werden müssen.

Die experimentellen Versuche über die Bewegung von positiven Ionen in Gasen sind von Compton und Langmuir und Seeliger (21) berichtet. Es genügt hier, die Aufmerksamkeit auf die vorläufige Mitteilung von Wolf (42f) in seiner Arbeit über die Streuung von mittelschnellen Ar^+-Ionen in Ar zu bringen, daß langsame Ar^+-Ionen in Ar dieselbe Steigerung des Wirkungsquerschnitts unterhalb 20 Volt wie Alkaliionen in Edelgasen zeigen.

Die Messungen von Druyvesteyn (33b), der für He^+ in He, Ne^+ in Ne und Ar^+ in Ne eine konstante Beweglichkeit im Druck- und Feldbereich fand, wo die klassische kinetische Theorie eine Veränderung mit $E^{-\frac{1}{2}}$ vorhersagte, sind wahrscheinlich auf diese Steigerung des Wirkungsquerschnitts zurückzuführen. Die klassische Theorie sagt im Falle sehr kleiner Felder (unter Gebrauch des „Gaskinetischen" Wirkungsquerschnitts) Beweglichkeiten voraus, die konstant und bedeutend größer als die von Druyvesteyn gefundenen sind; bei einem Zusammenfall gleichen sich die zunehmende Ionentemperatur und der abnehmende Wirkungsquerschnitt in den Druyvesteynschen Messungen genau aus und liefern eine konstante Beweglichkeit. Wegen der Ähnlichkeit des Verlaufs der Beweglichkeitskurven für Ne^+ und Ar^+ in Ne dürfen wir auch schließen (in erster Annäherung), daß „Umladung" bei Edelgasionen im eigenen Gas unterhalb etwa 200 Volt Ionenenergie (11a) keine Rolle spielt.

Die direkten Messungen von Thomson (41e), der die vorhergehenden Arbeiten bespricht und Penning und Veenemans (11a) und die indirekten Beweise von Penning (16b, S. 976) und Güntherschulze (42g) zeigen, daß ein durch ein Gas mit etwa 100 Volt Energie geschleudertes positives Ion viel weniger von seinem Impulse in der Strahlrichtung verliert, als die klassische kinetische Theorie vorhersagt; der einfachste Schluß ist, daß mittelschnelle Ionen bei Zusammenstößen mit Atomen nur innerhalb kleiner Winkel gestreut werden. Wien (41h) hat schon früher bewiesen, daß schnelle He^+-Ionen bei Zusammenstößen mit He Atomen weniger als 0,35 Proz. der aus der klassischen Theorie berechneten Impulsübertragung wirklich übertragen.

E. Elektronenauslösung aus Metalloberflächen.

Die früheren Arbeiten auf diesem Gebiet sind von Compton und Langmuir (S. 177) berichtet.

Oliphant (43a) hat die Energieverteilung und Ausbeute der Sekundärelektronen von mit schnellen K^+-Ionen beschossenen *Pt*-, *Ni*- und *Al*-Oberflächen gemessen. Die Werte von γ (die Wahrscheinlichkeit, daß ein auf die Oberfläche aufprallendes Ion ein Elektron auslösen wird) waren 6 bzw. 9 und 20 Proz. im Falle 600 Voltionen (in guter Übereinstimmung mit Jackson) und nahmen rasch mit abnehmender Ionenenergie ab. Moon hat gezeigt (43b), daß γ bei Beschießung von *Ni*- mit Cs^+-Ionen mit zunehmender Temperatur der Oberfläche stetig und rasch abnahm; γ war bei 1200° C eine Größenordnung kleiner als die von Oliphant gemessenen Werte. Ein vernünftiger Schluß ist, daß ein beträchtlicher Teil des Sekundärstroms sich den wenigen noch an der Oberfläche absorbierten Alkaliatomen zuschreiben läßt und daß der Sekundärstrom beim Nichtvorhandensein der adsorbierten Ionen noch kleiner sein würde.

Die von Oliphant gemessene Energieverteilung (48, S. 402) entsprach der Maxwellverteilung für Temperaturen von 66000° bzw. 35000° und 15000° bei *Pt*, *Ni* und *Al*; es wurde die Theorie vorgeschlagen, daß jedes aufprallende positive Ion ein kleines Gebiet augenblicklich zu sehr hohen Temperaturen aufheizt (wie v. Hippel (44) in seiner Theorie der Kathodenzerstäubung voraussetzte) und daß die Sekundärelektronen von diesen Stellen thermisch emittiert werden. Henderson und Gideon (45) teilen in Übereinstimmung mit der Oliphantschen Hypothese mit, daß bei Beschießung von *Al* mit Hg^+-Ionen γ proportional der Zerstäubung ist.

Oliphant (46) hat auch γ und die Energieverteilung des Sekundärstroms für He^+-Ionen, die auf *Mo* und *Ni*-Oberflächen mit Energien zwischen 100—1200 Volt treffen, gemessen. Die Energieverteilung von völlig entgasten Oberflächen zeigte scharfe obere und untere Grenzen

und zwei ausgeprägte Knicke (Fig. 4). Die Lage der Knicke und Grenzen entsprach den Energien $(He' - \varphi)$, $(He^+ - W)$, $(He' - W)$ und $(He^+ - \varphi)$, wobei He^+ und He' die Energie des ionisierten bzw. metastabilen Zustandes des *He*-Atoms, φ die thermionische Austrittsarbeit und W der ganze Potentialsprung an der Metalloberfläche (aus der Sommerfeldschen Theorie des metallischen Zustands (2e) berechnet oder von

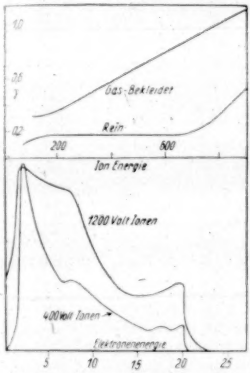

Fig. 4.
Oben: Verlauf des γ mit der Energie der aufprallenden Ionen an entgasten und unentgasten *Ni*-Oberflächen. Abszisse ist die Ionenergie; Ordinate ist γ.
Unten: Energieverteilung der Sekundärelektronen. Abszisse ist die Elektronenenergie; Ordinate ist der Sekundärstrom.

Davisson und Germer (46) gemessen) sind. γ ist beinahe konstant zwischen 200—600 Volt, oberhalb 600 Volt steigt es rasch, und die Knicke bei $(He^+ - \varphi)$ und $(He^+ - W)$ werden verhältnismäßig ausgeprägter.

Um diese Beobachtungen zu erklären, schlugen Oliphant und Moon (48) folgenden Mechanismus vor. Die Potentialschwelle zwischen einem nahe an der Oberfläche befindlichen Ion und dem Metallinnern ist der Potentialschwelle zwischen den zwei Teilen eines metallischen Kontakts (40) ähnlich, und die Metallelektronen werden in analoger Weise durch diese Schwelle im Ion hindurchdringen. Die Elektronen, deren Energie der eines Zustands des neutralisierten Atoms nicht entspricht, werden augenblicklich reflektiert. Wenn das Ion sich nicht zu schnell bewegt, wird es aber endlich durch ein Elektron mit passender Energie in dieser Weise neutralisiert, und das folgende angeregte Atom wird dann die Auslösung eines zweiten Elektrons aus dem Metallinnern in wohlbekannter Weise (51), (1, S. 175) bewirken. Die Maximal- bzw. Minimalenergie der durch diesen Prozeß ausgelösten Elektronen sollte in Übereinstimmung mit der Erfahrung $(He' - \varphi)$ bzw. $(He' - W)$ sein. Dieser Prozeß ist von Massey (50) quantenmechanisch durchgerechnet; die Theorie stimmt mit der experimentell gefundenen Energieverteilung gut überein, aber nicht mit dem beobachteten Verhältnis zwischen Ionenenergie und γ.

Bei größerer Ionenenergie wird ein gewisser Bruchteil der Ionen ins Metallinnere hineindringen, ohne neutralisiert zu werden und dadurch wird ihre ganze Energie einem ausgelösten Elektron zur Verfügung stehen. Die entsprechende Maximal- bzw. Minimalenergie des ausgelösten Elektrons $(He^+ - \varphi)$ bzw. $(He^+ - W)$ wird mit zunehmender Ionenenergie oberhalb 600 Volt experimentell ausgeprägter.

Außer den drei schon besprochenen Mechanismen gibt es einige andere, von denen wir jetzt wenig oder nichts wissen, die aber vielleicht wichtig sind.

a) Das Ion oder angeregte Atom kann seine Energie an ein Ion des Metallgitters abgeben, wodurch dieses letztere als Atom ausgestoßen wird. Die Beobachtung von Oliphant (51), daß ein positiver Ionenstrahl viel mehr als ein Strahl angeregter Atome derselben Geschwindigkeit und Stärke zerstäubt, zeigt, daß ein solcher Prozeß mindestens im Falle schneller Ionen wahrscheinlich ist.

b) Das angeregte Atom kann reflektiert werden, ohne seine Energie abzugeben. Oliphant (51) hat beobachtet, daß ein He^+-Ionenstrahl bei streifendem Einfall auf eine Metallplatte fast vollkommen als metastabile *He*-Atome reflektiert wird und auch daß dieser reflektierte Strahl beim Einfall auf andere Metalloberflächen eine große Wahrscheinlichkeit hat, wieder reflektiert zu werden. Die größten Werte dieses Reflexionsvermögen sind bei langsamen Atomen und schiefem Einfall. Die theoretische Behandlung von Massey (50) gibt dagegen einen umgekehrten Verlauf.

c) Jene Elektronen, die wegen ihrer nichtpassenden Energie vom Ion im Metall reflektiert werden (s. oben), können so zahlreich sein, daß die ihnen zuzuschreibende Elektrizitätsdichte im Ion beträchtlich sein kann, und zwar kann sie an der Elektronenauslösung teilnehmen. (Es ist vom Verfasser gezeigt (s. diesen Bericht, Teil II), daß die Oliphant-Moon-Masseysche Theorie ergänzt werden muß; nach einer persönlichen Mitteilung von Dr. Oliphant (dem an dieser Stelle besonders zu danken ist), lassen sich diese Schwierigkeiten weitgehend beheben. Insbesondere ist der Prozeß (c) nicht als getrennter Prozeß zu betrachten, sondern als ein Teil des Hauptprozesses.)

Penning (52) und Uyterhoeven und Harrington (53) haben γ im Falle langsamer Ionen verschiedener Gase an verschiedenen Metallen (allerdings nicht vollkommen gasfreie Oberflächen) gemessen. Sie finden, daß γ sich in folgender Weise schreiben läßt:

$$\gamma = \gamma_0 + \delta V, \qquad (6)$$

worin V die Ionenenergie (in Volt ausgedrückt), γ_0 und δ-Konstante, die dem betreffenden Gasmetallpaar entsprechen, sind. (Oliphant (47) fand einen ähnlichen Verlauf des γ bis 1000 Volt Ionenenergie im Falle unentgaster Oberflächen und zeigte, daß die Energieverteilung in diesem Falle eine scharfe Spitze bei 2 Volt hätte, und einen „Schwanz", der bis 20 Volt reichte, aber keine Knicke. Er zeigte auch, daß eine Metalloberfläche durch Ionenstoß nicht entgast werden kann.)

Der Wert von δ ist für sämtliche Gasmetallpaare ungefähr derselbe, 0,001, aber die Werte des γ sind weit gestreut ohne merkbarem Zusammenhang mit irgendeiner Eigenschaft des Gases oder des Metalls. Weil der normale Kathodenfall in Neon und Argon eine stetige Funktion der Austrittsarbeit φ der Kathode ist (Verfasser, nicht veröffentlicht; cf. Compton und Van Voorhis (54a) und Güntherschulze (54b)), muß γ_0 auch eine stetige Funktion des φ sein, und die Penningschen Werte dürfen nicht als richtig angenommen werden.

Eine vielleicht wichtige Beobachtung von Penning ist, daß γ_0 im Falle N_2 und H_2 Null ist, aber dagegen ist γ_0 für die Edelgase immer $> 0{,}03$. γ_0 ist für alle Alkaliionen gleich Null, weil $V_i < 2\varphi$ ist, d. h., die Ionisierungsenergie des Ions genügt nicht, zwei Elektronen aus dem Metall auszulösen.

Verschiedene kalorimetrische Bestimmungen von γ, oder des Verhältnisses (Elektronenstrom/Ionenstrom) an der Oberfläche einer in ein „Plasma" (55) eingetauchten Sonde, sind durchgeführt worden (56). Das Wesentliche der Methode ist die Berechnung des zur Sonde wandernden positiven Ionenstroms aus der zur Sonde gelieferten Wärmemenge, der nachher mit dem Gesamtstrom verglichen wird. Die Methode hat drei große Nachteile. Erstens ist es sicher, daß die neutralisierten Ionen einen Bruchteil ihrer kinetischen Energie nach dem Stoß gegen die Sonde behalten (57). Zweitens lassen sich die relativen Wirkungsgrade der verschiedenen Elektronen auslösenden Mechanismen — Ionen, Photonen, und angeregte Atome — nicht messen, und sie ändern sich sehr viel unter verschiedenen Entladungsbedingungen, so daß die Ergebnisse in Gasentladungsfragen nicht einfach angewandt werden dürfen. Drittens ziehen die bisherigen Bestimmungen die Wärmeausfuhr durch die Sekundärelektronen nicht in Betracht (1, S. 139; 2d, S. 414).

Uyterhoeven und Harrington (53) und Found (58) haben unter Anwendung anderer Methoden zeigen können, daß in Neon-Entladungen bei tiefem Druck (etwa 10^{-2} mm Hg) der Sekundärstrom, der sich der Elektronenauslösung durch die aufprallenden Ionen zuschreiben läßt, klein gegenüber dem gesamten Sekundärstrom ist, und alle Messungen stimmen darin überein, daß im allgemeinen der größere Teil des Gesamtstroms von einer ebenen Sonde in einer Edelgasentladung Sekundärstrom ist.

Über die Auslösung von Elektronen aus Metalloberflächen durch metastabile Atome wird von Compton und Langmuir (1, S. 176) berichtet, und seitdem ist keine direkte Messung erschienen. Beobachtungen von Penning (s. unten) zeigen, daß langsame metastabile Edelgasatome Elektronen nicht auslösen.

Die Auslösung von Sekundärelektronen durch Elektronenstoß ist in Gasentladungsvorgängen nur für die Prozesse an den Glaswänden wichtig. Der Leser wird auf die Arbeit von Ahearn (59) verwiesen.

Die photoelektrischen Ströme, die sich dem sichtbaren und näheren ultravioletten Licht der Entladung zuschreiben lassen, sind klein (außer im Falle hoch empfindlicher zusammengesetzter Oberflächen) wegen seiner kleinen Wirksamkeit. Im Bereich des fernen Ultraviolett ist dagegen der „Volumphotoeffekt" (60a, b) groß geworden, und in den Edelgasen sind photoelektrische Vorgänge wegen der großen Energiedichte der Resonanzstrahlung in diesem Bereich besonders wichtig. Kenty (61) hat die photoelektrische Ausbeute der Neon- bzw. Argonresonanzstrahlung an einer hochpolierten Nickeloberfläche gemessen. Die Werte für Neon liegen (dem Entgasungsgrad der Oberfläche nach) zwischen 6 und 2 Elektronen pro hundert einfallenden Photonen; die Werte für Argon sind etwa die Hälfte, und alle sind mit γ vergleichbar.

F. Wirkung metastabiler Atome und „Imprisoned Radiation".

„Stöße zweiter Art", d. h. Zusammenstöße, bei denen die Anregungsenergie eines Atoms durch eines anderer Art übernommen wird, sind wohl bekannt, und berichtet von Hanle (2c) und Franck und Jordan (2a); ihre Wichtigkeit in Gasentladungsvorgängen ist aber erst in letzter Zeit erkannt worden. Penning (62) erkannte zuerst die Bedeutung dieser Stöße und führte in einer langen Reihe von Arbeiten die Einzelheiten durch. Duffendack und Headrick (63) haben

ähnliche Erscheinungen in der positiven Säule erforscht.

Die ursprüngliche Beobachtung war die große Abnahme der Zündspannung in Neon, wenn eine geringe Menge anderer Gase beigefügt wurde. Diese Erscheinung war vollkommen erforscht in *He*, *Ne* und *Ar*, und es zeigte sich, daß diese Abnahme stattfand, wenn, und nur wenn die Ionisierungsspannung des beigemischten Gases kleiner als die Metastabilspannung des Hauptgases war (62a, b, c). Scheinbare Widersprüche ließen sich durch Adsorption der Beimischung an den Elektroden (62m) oder an den Wänden (62j) erklären, und (nach nicht veröffentlichten Arbeiten von Kenty) die scheinbaren Widersprüche von Duffendack und Headrick lassen sich durch Adsorption und spätere Freilassung von den Rohrwänden erklären.

Die Erklärung der Abnahme der Zündspannung ist folgendermaßen: Elektronen in Bewegung durch ein Edelgas unter verhältnismäßig kleinen elektrischen Feldern erleben viel mehr Anregungsstöße als Ionisierungsstöße (35, 33b, 15, 14); manche dieser angeregten Atome gehen in den metastabilen Zustand über. In reinem Gase werden diese metastabilen Atome an den Wänden oder durch Zusammenstöße mit anderen Neonatomen (64) in neutrale Atome umgewandelt; in unreinem Gase können sie dagegen durch Stöße zweiter Art Atome der Beimischung ionisieren und dadurch ein Ion und ein freies Elektron erzeugen. Das letztere wird dann durch Stöße erster Art neue Ionen, Elektronen und metastabile Atome schaffen. Die Menge der Beimischung, die für diese Vorgänge notwendig ist, ist unglaublich klein; weniger als ein Teil *Hg* in 10^6 Teilen *Ne* macht sich bemerkbar, und 1 Teil in 10^7 erzeugt die maximale Erniedrigung (in einigen Fällen bis einviertel des ursprünglichen Wertes der Zündspannung).

Irgendeine Wirkung, die diese metastabilen Atome ohne Ionisierung vernichtet, wird die Zündspannung in einem solchen Gasgemisch erhöhen. Fügt man N_2 oder H_2 zu einem Argon-Quecksilbergemisch bei, so steigt die Zündspannung an (62j), weil die metastabilen Argonatome die zweiatomigen Moleküle dissoziieren, ohne sie zu ionisieren. Das rote Licht einer Neonentladung wird von metastabilen Neonatomen absorbiert, und diese dadurch zu höheren Zuständen gehoben (65); einige von ihnen werden wieder in den metastabilen Zustand fallen, die meisten aber werden entweder direkt oder in mehreren Stufen zum Grundzustand fallen. Penning zeigte (62d, e, f, g, i, l), daß die Zündspannung von Neon-Argon und ähnlichen Gemischen (die Menge des Argons ist immer sehr klein, $< 0{,}1$ Proz.) wirklich in dieser Weise erhöht werden kann, auch bei *Ar* und *He* unter Gebrauch der entsprechenden Strahlung. Diese Erniedrigung der Dichte der metastabilen Atome durch Strahlung läßt sich im normalen Kathodenfall und in der positiven Neonsäule bemerken (62l). Das ganze Gebiet ist von Penning (62k, l) berichtet.

Es ist wichtig zu bemerken, daß die Zündspannung in reinem Neon nicht geändert wird, wenn man die Zündstrecke mit rotem Neonlicht bestrahlt, und zwar hat Penning diese Unveränderlichkeit als eine Probe für reines Neon vorgeschlagen (62k). Analog zeigt die Zündspannung keine Änderung, wenn man N_2 zu reinem Argon beifügt (62j). Penning mißt die Zündspannung als Brennspannung einer Schwachstromentladung ($< 10^{-7}$ Amp.) zwischen ebenen Elektroden, so daß ein ruhiger Zustand erreicht war, und nach einer rohen Schätzung diffundieren etwa 25 Proz. der durch die Entladung erzeugten metastabilen Atome zur Kathode. Man darf deshalb schließen, daß langsame metastabile Edelgasatome Elektronen aus entgasten Metallen nicht auslösen. Nach genaueren Bestimmungen vom Verfasser (Phys. Rev. **40**, 314, 1932) ist das Auslösungsvermögen metastabiler Neonatome an Eisen $< 0{,}005$ zu schätzen. Nach Oliphant (51) dürfen wir dies zur Zeit durch ein sehr hohes Reflexionsvermögen erklären. Dies steht nicht im Widerspruch zu den Oliphantschen Ergebnissen, weil er metastabile Atome von 800—1200 Volt kinetischer Energie brauchte, und wir hier über Zimmertemperatur entsprechenden Geschwindigkeiten reden.

Die mittlere freie Weglänge der Neonresonanzstrahlung in Neon ist so klein, daß die Strahlung ihre gesamte Lebenszeit außer 1 Teil in 10^5 Teilen als angeregtes Atom verbringt; diese „imprisoned radiation" (64b) wird sich in jeder Art und Weise wie metastabile Atome (außer einer ungewöhnlich schnellen Diffusion) benehmen. Die Beobachtungen von Uyterhoeven und Harrington (53) und anderen, die bisher der Diffusion von metastabilen Atomen zugeschrieben worden sind, sind wahrscheinlich photoelektrische Effekte.

In unangeregtem Neon können die Flügel der breiten Resonanzlinien einer positiven Neonsäule nur von äußerst seltenen Atomen, die vielmals die mittlere thermische Geschwindigkeit haben, absorbiert werden. Langmuir und Found (66) haben zeigen können, daß angeregte Atome bis zu 30 cm von der Hauptentladung in dieser Weise erzeugt werden können. Sie schließen weiter, daß diese angeregten Atome durch Stöße gegen andere Atome in den metastabilen Zustand „niedergeschlagen" werden, und daß diese metastabilen Atome für die von ihnen beobachteten Ströme zwischen in das bestrahlte Gas eingetauchten Elektroden verantwortlich sind.

Kenty (67) hat später in Übereinstimmung mit unserem Schluß aus den Penningschen Beobachtungen zeigen können, daß der Hauptteil dieser Ströme durch photoelektrische Vorgänge und die Ionisierung von Verunreinigungen durch Stöße zweiter Art verursacht ist.

G. Wiedervereinigung und Photo-Ionisation.

Dieser Prozeß ist nur in einigen besonderen Entladungstypen wichtig (68), und die Berichte von Mohler und von Seeliger (2f) sind hinreichend für unserem Zweck. Es genügt hier, die Aufmerksamkeit auf die Beobachtungen von De Groot (69), der die Unwichtigkeit der Ionisation von metastabilen Neonatomen durch Neonresonanzstrahlung gezeigt hat, zu lenken. Weniger als ein Teil in 10^5 Teilen der Resonanzstrahlung in der positiven Neonsäule wird so absorbiert.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. R. Seeliger für anregendes Interesse und viele wertvolle Ratschläge und Herrn Dr. H. Wulfhekel für besondere Hilfe bei der Übersetzung an dieser Stelle herzlich zu danken.

Literatur-Verzeichnis.

1. K. T. Compton und I. Langmuir, Rev. Mod. Phys. **2**, 123, 1930.
2a) H. D. Smyth, Rev. Mod. Phys. **3**, 347, 1931.
H. Kallmann und B. Rosen, Physik. Zeitschr. **32**, 521, 1931.
J. Franck und P. Jordan, „Anregung von Quantensprüngen durch Stöße", J. Springer. 1926.
b) W. Hanle, Ergebn. d. Exakt. Naturwiss. X, 285, 1931.
c) R. Kollath, Physik. Zeitschr. **31**, 985, 1930; **32**, 80, 1931.
d) S. Dushman, Rev. Mod. Phys. **2**, 381, 1930.
e) K. K. Darrow, Rev. Mod. Phys. **1**, 90, 1929.
L. Nordheim, Physik. Zeitschr. **30**, 177, 1929.
L. Brillouin, „Quantenstatistik", J. Springer. 1931.
f) F. L. Mohler, Rev. Mod. Phys. **1**, 216, 1929.
R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **30**, 329, 1929.
g) Wien-Harms „Handbuch d. Exper. Phys.", Bd. XIII, Teil 2.
3. F. M. Penning, Physica **6**, 290, 1926.
4a) P. T. Smith, *He, Ne, Ar.* Phys. Rev. **36**, 1293, 1930.
b) P. T. Smith, *Hg.* Phys. Rev. **37**, 808, 1931.
c) P. T. Smith und J. T. Tate, *CO, NO, O_2, N_2, H_2, C_2H_2.* Phys. Rev. **39**, 270, 1932.
5a) K. T. Compton und C. C. van Voorhis, Phys. Rev. **27**, 724, 1926.
b) T. J. Jones, Phys. Rev. **29**, 822, 1927.
c) A. L. Hughes und E. Klein, Phys. Rev. **23**, 450, 1924.
6a) A. v. Hippel, Ann. d. Phys. **87**, 1035, 1928.
b) H. Funk, Ann. d. Phys. **4**, 144, 1930.
7. F. L. Arnot, Proc. Roy. Soc. A **129**, 361, 1930.
8. A. F. Dittmer, Phys. Rev. **28**, 507, 1926.
9. W. Bleakney, Phys. Rev. **34**, 157, 1929; **35**, 139, 1930; **35**, 1180, 1930; **36**, 1303, 1930.
10a) O. Beeck, Ann. d. Phys. **6**, 1001, 1930.
b) R. M. Sutton, Phys. Rev. **33**, 364, 1929.
c) R. M. Sutton, Phys. Rev. **35**, 694, 1930.
d) R. M. Sutton und R. C. Mouzon, Phys. Rev. **37**, 379, 1931.
e) O. Beeck und R. C. Mouzon, Ann. d. Phys. **11**, 737, 1931.
f) O. Beeck und R. C. Mouzon, Ann. d. Phys. **11**, 858, 1931.
11a) F. M. Penning und C. F. Veenemans, Zeitschr. f. Phys. **62**, 746, 1930.
b) H. Kallmann und B. Rosen, Zeitschr. f. Phys. **61**, 61, 1930.
c) H. Kallmann und B. Rosen, Zeitschr. f. Phys. **64**, 806, 1930.
12. L. B. Loeb, Phys. Rev. **38**, 1891, 1931.
13. L. J. Neuman, Proc. Nat. Acad. Sci. **15**, 259, 1929.
14. G. Holst und O. Oosterhuis, Physica **1**, 78, 1921.
15a) J. S. Townsend, „Conduction of Electricity through Gases". Oxford Univ. Press. 1915.
b) J. S. Townsend, Phil. Mag. **45**, 1071, 1923.
c) J. S. Townsend und S. J. Mc Callum, Phil. Mag. **6**, 857, 1928.
d) J. S. Townsend und S. J. Mc Callum, Proc. Roy. Soc. A **124**, 533, 1929.
16a) F. M. Penning, Phil. Mag. **7**, 632, 1929.
b) F. M. Penning, Phil. Mag. **11**, 961, 1931.
c) L. G. H. Huxley, Phil. Mag. **5**, 721, 1928.
d) L. G. H. Huxley, Phil. Mag. **8**, 128, 1929.
17. G. Mierdel, Handb. d. Exper. Physik (Wien-Harms), Bd. XIII, Teil 3, S. 102 ff., 1930.
18. R. Seeliger und R. Hirchert, Ann. d. Phys. **11**, 817, 1931.
19. T. J. Killian, Phys. Rev. **35**, 1298, 1930.
20. C. G. Found, Phys. Rev. **37**, 100, 1931.
21. R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **33**, 273, 313, 1932.
22. W. Dällenbach, Physik. Zeitschr. **26**, 407, 1925.
23a) M. J. Druyvesteyn, Zeitschr. f. Phys. **62**, 769, 1930.
b) A. Dauvillier, Journ. de Phys. **7**, 369, 1926.
24. R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **25**, 56, 1924.
25. H. Bartels, Zeitschr. f. Phys. **37**, 35, 1926.
26a) W. Michels, Phys. Rev. **36**, 302, 1930.
b) W. Michels, Phys. Rev. **36**, 1362, 1930.
c) W. Michels, Phys. Rev. **38**, 712, 1931.
27. H. Bartels und H. Noack, Zeitschr. f. Phys. **64**, 465, 1930.
28. E. G. Dymond, Proc. Roy. Soc. A **107**, 291, 1925.
29. W. H. Brattain, Phys. Rev. **34**, 474, 1929.
30. G. Glockler, Phys. Rev. **33**, 175, 1929.
31. H. G. Hodges und W. C. Michels, Phys. Rev. **32**, 913, 1928.
32a) W. B. Nottingham, Jour. Frank. Inst. **207**, 299, 1930.
b) W. B. Nottingham, Zeitschr. f. Phys. **68**, 824, 1931.
33a) M. J. Druyvesteyn, Zeitschr. f. Phys. **64**, 781, 1930.
b) M. J. Druyvesteyn, Zeitschr. f. Phys. **73**, 33, 1931.
c) F. M. Penning, Zeitschr. f. Phys. **46**, 769, 1929.
34a) R. d'E. Atkinson, Proc. Roy. Soc. A **122**, 430, 1928.
b) F. M. Penning und M. C. Teves, Physica **9**, 97, 1929.
35a) E. T. S. Appleyard, Proc. Roy. Soc. A **128**, 330, 1930.
b) W. Elsasser, Zeitschr. f. Phys. **45**, 152, 1927.

36a) C. W. Foard, Phys. Rev. **35**, 1187, 1930.
b) D. C. Rose, Canad. Jour. Res. **3**, 174, 1930.
c) J. M. Pearson und W. N. Arnquist, Phys. Rev. **37**, 970, 1931.
d) F. L. Arnot, Proc. Roy. Soc. A **130**, 655, 1931.
e) E. C. Bullard und H. S. Massey, Proc. Roy. Soc. A **130**, 579, 1931; A **133**, 637, 1931.
f) C. Ramsauer u. R. Kollath, Physik. Zeitschr. 32, 867, 1931; Ann. d. Phys. **9**, 756, 1931; 12, 529, 1932.
37a) L. C. van Atta, Phys. Rev. **38**, 876, 1931.
b) J. R. Roberts und R. Whiddington, Phil. Mag. **12**, 962, 1931.
c) M. Renninger, Ann. d. Phys. **9**, 295, 1931. 10, 111, 1931.
d) E. Rudberg, Ann. d. Phys. **11**, 802, 1931; Proc. Roy. Soc. A **129**, 628, 1930; A **130**, 182, 1930.
38. I. Langmuir und H. Jones, Phys. Rev. **31**, 357, 1928.
39. H. Ramien, Zeitschr. f. Phys. **70**, 353, 1931.
40a) G. Hertz, Zeitschr. f. Phys. **32**, 298, 1925.
b) A. D. Fokker, Physica **5**, 334, 1925.
c) H. Bartels, Zeitschr. f. Phys. **55**, 507, 1929.
d) H. Bartels und H. Noack, Zeitschr. f. Phys. **64**, 465, 1930.
41a) F. M. Penning, Zeitschr. f. Phys. **40**, 4, 1926. M. J. Druyvesteyn, Zeitschr. f. Phys. **52**, 197, 1928.
b) W. Harries und G. Hertz, Zeitschr. f. Phys. **46**, 177, 1928.
I. Langmuir, Phys. Rev. **38**, 1656, 1931.
c) M. J. Druyvesteyn, Physica **10**, 61, 1930. W. de Groot, Physica **11**, 22, 1931.
42a) A. Durbin, Phys. Rev. **30**, 844, 1927.
b) C. Ramsauer und O. Beeck, Ann. d. Phys. **87**, 1, 1928.
c) E. H. Kennard, Phys. Rev. **31**, 423, 1928.
d) W. C. Cox, Phys. Rev. **34**, 423, 1928.
e) J. S. Thomson, Phys. Rev. **35**, 1196, 1930.
f) F. Wolf, Zeitschr. f. Phys. **72**, 42, 1931.
g) A. Güntherschulze und F. Keller, Zeitschr. f. Phys. **72**, 28, 1931.
h) W. Wien, Ann. d. Phys. **43**, 955, 1914.
43a) M. L. E. Oliphant, Camb. Proc. Phil. Soc. **24**, 451, 1928.
b) P. B. Moon, Proc. Phil. Camb. Soc. **27**, 570, 1931.
44. A. v. Hippel und E. Blechschmidt, Ann. d. Phys. **86**, 1006, 1928.
45. J. Henderson und E. Gideon, Phys. Rev. **38**, 586, 1931.
46. C. J. Davisson und L. H. Germer, Proc. Nat. Acad. Sci. **14**, 619, 1928.
47. M. L. E. Oliphant, Proc. Roy. Soc. A **127**, 372, 1930.
48. M. L. E. Oliphant und P. B. Moon, Proc. Roy. Soc. A **127**, 388, 1930.
49. W. Ehrenberg und H. Hönl, Zeitschr. f. Phys. 69, 289, 1931.
50. H. S. W. Massey, Proc. Camb. Phil. Soc. **26**, 386, 1930; **27**, 479, 1931.
51. M. L. E. Oliphant, Proc. Roy. Soc. A **124**, 227, 1929.
52. F. M. Penning, Physica **8**, 13, 1928; Proc. Amst. Acad. Sci. **31**, 14, 1928; **33**, 841, 1930.
53a) W. Uyterhoeven und M. C. Harrington, Phys. Rev. **36**, 709, 1930.
b) M. C. Harrington, Phys. Rev. **38**, 1312, 1931.
54a) A. H. Compton und C. C. van Voorhis, Phys. Rev. **15**, 492, 1920.
b) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **24**, 52, 1924.
55. I. Langmuir und L. Tonks, Phys. Rev. **33**, 195, 1928.
56a) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **68**, 162, 1931.
b) M. L. E. Oliphant, Proc. Soc. A **132**, 631, 1931.
57a) K. T. Compton, Phys. Rev. **36**, 706, 1930.
b) E. S. Lamar, Phys. Rev. **36**, 842, 1931.
c) K. T. Compton und C. C. Van Voorhis, **37**, 1596, 1931.
58. C. G. Found, Phys. Rev. **34**, 1652, 1929.
59. A. J. Ahearn, Phys. Rev. **38**, 1858, 1931.
60a) I. Tamm und S. Schubin, Zeitschr. f. Phys. 68, 97, 1931.
b) J. Frenkel, Phys. Rev. **38**, 309, 1931.
c) I. Tamm, Phys. Rev. **39**, 170, 1932.
61. C. Kenty, Phys. Rev. **38**, 2079, 1931.
62a) F. M. Penning, Naturwiss. **15**, 818, 1927.
b) F. M. Penning, Physica **7**, 321, 1927.
c) F. M. Penning, Zeitschr. f. Phys. **46**, 335, 1928.
d) F. M. Penning, Physica **8**, 1, 13, 1928.
f) F. M. Penning, Vers. Amst. Akad. Wet. **37**, 308, 1928.
g) F. M. Penning, Zeitschr. f. Phys. **57**, 723, 1929.
h) F. M. Penning, Phil. Mag. **7**, 633, 1929.
i) F. M. Penning, Proc. Amst. Acad. Sci. **32**, 341, 1929.
j) F. M. Penning, Physica **10**, 47, 1930.
k) F. M. Penning, Phil. Mag. **11**, 961, 1931.
l) F. M. Penning, Physica **11**, 183, 1931.
m) F. M. Penning, Zeitschr. f. Phys. **72**, 338, 1931.
63. O. Duffendack und L. B. Headrick, Phys. Rev. **37**, 736, 1931.
64a) H. B. Dorgelo und T. P. K. Washington, Proc. Amst. Acad. Sci. **30**, 33, 1927.
b) M. W. Zemansky, Phys. Rev. **34**, 219, 1929.
65. W. de Groot, Naturwiss. **14**, 104, 1926.
66. I. Langmuir und C. G. Found, Phys. Rev. **36**, 604, 1930; **39**, 237, 1932.
67. C. Kenty, Phys. Rev. **38**, 377, 1931.
68a) J. Dewey, Phys. Rev. **32**, 918, 1928.
b) F. Paschen, Berl. Ber. **16**, 135, 1926.
c) R. Sloane und K. G. Emeléus, Phil. Mag. **12**, 73, 1931.
69. W. de Groot, Naturwiss. **17**, 13, 1929.

Universität Greifswald, 11. März 1932. z. Z. Seminar für Theor. Physik.

(Eingegangen 20. April 1932.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Thermoremanenz und spontane Magnetisierung.

Von J. Koenigsberger.

Zusammenfassung.

Je näher solche Ferromagnetica, die Hysterese zeigen, bis an den (wohl zweiten) Curiepunkt erhitzt werden, um so schwächer kann das während der Abkühlung wirksame magnetische Feld sein, das eine bestimmte, nahe am ferromagnetischen Curiepunkt noch latente, remanente Magnetisierung hervorruft. Diese Remanenz nimmt bei sinkender Temperatur im äußeren Nullfeld zu. Im Feld 0,41 *Oe* erhält z. B. künstlicher polykristalliner Magnetit (Fe_3O_4) eine derartige Thermoremanenz, die etwa $^1/_8$ der Sättigungsremanenz und $^1/_{40}$ der induktiven Sättigung ist. Die Thermoremanenz wächst bei schwachen Feldern bis 0,4 *Oe* in erster Näherung linear mit dem Feld. Bei Einkristallen von Fe_2O_3 (Hämatit) ist in der Richtung senkrecht zur Hauptachse für 0,4 *Oe* die Thermoremanenz etwa 0,70 bis 0,95 der Sättigungsremanenz und etwa die Hälfte der induktiven Sättigungsmagnetisierung. Hier tritt die Thermoremanenz stark erst bei Temperaturen auf, die dem ferromagnetischen Curiepunkt auf etwa 30 Grad nahe kommen. Einige Stahle und Eisensorten mit merklicher Koerzitivkraft wurden auch untersucht; sie besitzen ebenfalls eine Thermoremanenz, die aber schwächer ist als bei den vorher erwähnten Substanzen. Dagegen war an reinem Elektrolyteisen Thermoremanenz nicht nachweisbar. Der Einfluß des entmagnetisierenden Formfaktors und der Zusammensetzung auf die Thermoremanenz von Magnetit wird dargetan. Die Beziehungen zu den Theorien und Anschauungen von P. Weiß, R. Forrer, W. Heisenberg, F. Bloch, R. Becker werden kurz diskutiert.

1. Je näher einige ferromagnetische kristallisierte Substanzen bis an den Curiepunkt erhitzt werden, um so schwächer kann nach den folgenden Beobachtungen das Feld H sein, das eine bestimmte remanent bleibende Magnetisierung $(cm^{-1/2}\,g^{1/2}\,sec^{-1})$ $(B-H):4\pi$ in *Oe*) hervorruft, die bei sinkender Temperatur im äußeren Nullfeld zunimmt, sich als starke Remanenz $(Ir)_H$ zu erkennen gibt. $(Ir)_H$ ist dann bisweilen ein hohes Multiplum Q des Produktes der Suszeptibilität und des Feldes H. Q ist in gewissen Grenzen um so größer, je kleiner H war. Auch die diesem $(Ir)_H$ entsprechende Koerzitivkraft ist bei tieferer Temperatur viel höher als die bei der höheren Temperatur magnetisierend wirkende Kraft. Die remanente Magnetisierung dieser Ferromagnetica kann also nicht ohne weiteres als Bruchteil einer induzierten Magnetisierung $J = KH$ aufgefaßt werden. Daß ein bei hoher Temperatur vorhandenes kleines remanentes Moment (bei Ni) mit sinkender Temperatur von selbst größer wird, hat A. Perrier[1]) hervorgehoben. Die vorliegenden Versuche zeigen, daß die magnetische Orientierung der Ewing einheiten in Hysteresis zeigenden Ein- und Vielkristallen, um so leichter erfolgt, je näher am Curiepunkt ein Feld einwirkt, während die Suszeptibilität für dieselbe Feldstärke bei den hohen Temperaturen keine wesentlich höheren Werte annimmt. Ir wie K bauen sich also aus mindestens je zwei Elementen auf. — Doch stellt sich soweit beobachtet in der Nähe des Curiepunktes keine vollständige spontane Magnetisierung bei kleinster Feldstärke ein, sondern es ist beim Durchgang durch den Curiepunkt und bei tieferen Temperaturen für ein bestimmtes Präparat gegebener Form die remanente zuerst latente Magnetisierung eindeutig durch die magnetisierende Feldstärke bestimmt. Die gewöhnliche Sättigungs- oder maximale Remanenz (meist als Remanenz kurzweg bezeichnet) kann aber durch keine thermische Behandlung überschritten werden, die den chemischen Bestand und das Kristallgitter unverändert läßt.

Die Messungen wurden mit einem a. a. O. beschriebenen astatischen Magnetometer ausgeführt, das Anwendung schwacher Felder und geringer Substanzmengen erlaubte.

Um möglichst hohes $(Ir)_{H,\,t}$ kurz als Thermoremanenz bezeichnet, zu erhalten, muß das durch die äußere Gestalt verursachte entmagnetisierende Feld möglichst herabgedrückt werden. Das ist auch erforderlich, um im äußeren Nullfeld die Sättigungsremanenz $(Ir)_s$ der üblichen Definition gemäß zu messen als übrigbleibende Magnetisierung beim inneren Felde Null, nachdem die induktive Sättigung innerhalb der in Frage kommenden Fehlergrenzen (hier etwa $\pm$ 5 Proz.) erreicht worden war. Das gleiche gilt für die Bestimmung der Koerzitivkraft.

Um die Thermoremanenz festzustellen, erhitzt man in einem bestimmten schwachen Feld, das hier meist mit Rücksicht auf die geophysikalischen Anwendungen das vertikale Erdfeld von 0,41 *Oe* war, auf bestimmte Temperatur, läßt die Substanz abkühlen und mißt bei 20° C die Remanenz. Die Induktionswirkung des Meßfeldes, das etwa 1,5 *Oe* war, wurde abgezogen;

1) A. Perrier, Arch. de Genève (5), **2**, 29, 1920.

dessen Koerzitivwirkung ist bei den untersuchten Substanzen bei 20° gering. Man erhält die maximale Thermoremanenz $(Ir)_{0,4;\,m}$, indem das Ferromagnetikum über seinen Curiepunkt (CP) erhitzt wird — wobei es gleichgültig ist, um wieviel der CP überschritten wird — und danach im gleichen Feld bis auf 20° abkühlt. Hierbei ist je nach der Höhe des CP gleichgültig, ob man bei relativ niederer Temperatur (z. B. bei Magnetit unter 200°, bei Hämatit unter 500° C) das Feld noch wirken läßt, oder nicht. Bleibt die Erwärmung unter dem Curiepunkt oder wird das Feld während der Abkühlung bei höherer Temperatur aufgehoben, so ist $(Ir)_{0,4}$ geringer. Die remanente Magnetisierung bei 20° durch 0,4 *Oe* ohne Erwärmung $(Ir)_{0,4;\,20°}$ war bei den hier untersuchten Substanzen nicht meßbar. — Im folgenden ist meist nur $(Ir)_{0,4;\,m}$ angegeben.

2. Zunächst wurde polykristalliner Magnetit (regulär kristallisierendes Fe_3O_4) untersucht, der bei der I. G. Farbenindustrie als Elektrode benutzt wurde und von dem ein Stück freundlichst zur Verfügung gestellt worden war. Das Material ist mechanisch sehr widerstandsfähig und verändert nach wiederholtem Erhitzen seine magnetischen Eigenschaften nicht. Die Zusammensetzung ist nach Mitteilung der Abt. Bitterfeld: 89 Fe_3O_4, 1,7 Proz. FeO, 5,3 Proz. SiO_2. — Herr Prof. Schneiderhöhn hatte die Freundlichkeit im auffallenden Licht diese und andere polierte Anschliffe mikroskopisch zu untersuchen: Ein Teil der Magnetitkörner zeigt äußerst schwache Anisotropie der Reflexion, was eine Lösung von etwas Fe_2O_3 in Fe_3O_4 als möglich erscheinen läßt. Die anderen Magnetitkörner sind anscheinend isotrop oder liegen so, daß sie isotrop erscheinen. Dazwischen ein wenig Hämatit in Sternform, dann Körner glasiger Substanz (Quarz oder Silikate) und einige wenige Eisensilikate.

Um zu sehen wie weit die Entmagnetisierung der äußeren Form beseitigt war, wurde ein Magnetitellipsoid, für das sich N genau berechnen läßt, mit einem im Verhältnis zur Länge dünnen ($l = 2{,}3$; $r = 0{,}056$ cm, $m = 0{,}0370$ g; $s = 5{,}10$) Magnetitkreiszylinder A verglichen, für den N theoretisch etwa $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ sein sollte. — Die Anfangssuszeptibilität gemessen im Feld 1,47 *Oe* war, unter Berücksichtigung der Dipolwirkungen des Magnetometers nach den von Fr. Neumann, G. Kirchhoff[1]) entwickelten Formeln, bei dem Ellipsoid, dessen $N = 0{,}302$ war, gleich 1,35 (± 5 Proz.) bei 20° C. Bei dem dünnen Stab A, wenn dessen N vernachlässigt wurde, war K_0 auch 1,35 (± 5 Proz.). — Ebenfalls an künstlichem, durch Erhitzung von Fe_2O_3 hergestellten Magnetit hat K. Renger[1]) auf Veranlassung von P. Weiß $K = 1{,}37$ bei 16° (auf 1,5 *Oe* berechnet) bestimmt. Man darf also die hier am Stab A gefundenen Werte als vom Formeinfluß innerhalb der Fehlergrenzen befreite sog. wahre Werte betrachten.

Die Sättigungsremanenz $(Ir)_s$ war für den Stab $A = 27{,}5$ ($cm^{-1/2}\,g^{1/2}\,sec^{-1}$) (± 5 Proz.), die Koerzitivkraft in *Oe* $H_c = 14{,}6$ (± 5 Proz.). Die $(Ir)_s$ bei 20° gemessen ist (auf ± 5 Proz.) unabhängig von der Temperatur, bei der sie aufgeprägt wurde, falls die Abkühlung genügend weit unter dem Curiepunkt im starken Feld erfolgte. Falls aber das Feld bei hoher Temperatur auf Null herabgesetzt wird, ist dies $(Ir) =$ kleiner als $(Ir)_s$. — Die Koerzitivkraft H_c bei 20° ist unabhängig davon wie $(Ir)_s$ erzielt wurde. — Die Thermoremanenz $(Ir)_{0,4;\,m}$ bei 20° gemessen = 3,55. (± 5 Proz.). Diese Werte während und nach Versuchen verschiedener Art gemessen, stimmen stets auf ± 5 Proz. überein. Man kann sie als die wahren Werte dieses Materials ansehen; denn der Entmagnetisierungsfaktor $N = 2 \cdot 10^{-2}$ ist so klein, daß die weiteren geringfügigen Korrekturen zu vernachlässigen sind.

Ein zylindrischer Stab B $\left(l' \left(= \frac{l}{2}\right) : r = 1{,}1\right.$: 0,086 cm; $m = 0{,}130$ g) gab scheinbares $(Ir)_s = 24$; $(Ir)_{0,4;\,m}$ scheinbar = 3,0.

Für das vorher erwähnte Ellipsoid desselben Materials ($a : b = 1{,}100 : 0{,}15$) sind die scheinbaren Werte, die den entmagnetisierenden Formeinfluß noch enthalten $(Ir)_s = 13{,}6$; $H_c = 30$; $(Ir)_{0,4;\,m} = 0{,}52$. Man kann mit Hilfe des berechneten Formentmagnetisierungsfaktor $N = 0{,}305$ versuchen, die wahre Koerzitivkraft zu berechnen, die mit der an Stab A gefundenen übereinstimmen müßte.

1) K. Renger, Diss. Zürich, Techn. Hochschule. Die anfängliche Suszeptibilität von Eisen und Magnetit in Abhängigkeit von der Temperatur. 1913. — An Einkristallen hat P. Weiß (Thèses Paris 1896) K auch für kleinere Feldstärken bestimmt, die ebenso wie die Abhängigkeit des K von H und damit auch von der Richtung und wie die Koerzitivkraft je nach dem Material verschieden waren. Ein Magnetitkristall von Traversella hatte in der binären Achse kleinste Koerzitivkraft etwa 0,5, eine Suszeptibilität von etwa 22 für $H = 0{,}91$, ein maximales K von etwa 30 für etwa $H = 2$. — Ein Magnetit von Tirol dagegen für die binäre Achse und $H = 1{,}68$: K etwa 7. K_{max} etwa 11 für H etwa 8; H_c etwa 2,5. Nach der quaternären Achse K_0 etwa 4 für H etwa 1,5; K_{max} etwa 10 für H etwa 9; H_c etwa 3. Nach der ternären Achse K_0 etwa 5,5; k_{max} für H etwa 10 etwa 8; H_c etwa 4. — Magnetit von Brozzo nach der binären Achse K_{max} etwa 8; nach der ternären etwa 7; nach der quaternären etwa 9. Die Werte an diesen Einkristallen sind unter sich also verschieden, aber für K und $(Ir)_s$ höher, für die Koerzitivkraft also entsprechend kleiner als an dem polykristallinen Material.

1) L. Graetz, Handbuch d. Elektrizität und des Magnetismus. Teil Magnetismus von F. Auerbach 4, 105, 1920.

In erster Näherung ist H_e wahr $= H_e$ scheinbar: $(1 + 0{,}3\ K)$ wobei K für das innere Feld gilt. Dies ist mit Näherungsrechnung auszuführen; nur ist der Gang von K für die hier in Frage kommenden Feldstärken nicht ausreichend bekannt. K ist für 22 *Oe* am Einkristall nach P. Weiß[1]) etwa 8; für 7 *Oe* an künstlichem Magnetit etwa 1,56 nach R. Renger. Man bekommt danach etwa 12 *Oe* ($\pm$ 15 Proz.) (statt wie oben 14,6 für den sehr dünnen Stab). Man kann auch versuchen das scheinbare $(Ir)_s$ aus dem Ellipsoid auf das wahre umzurechnen. Hierbei stört aber die Unsicherheit in den K-Werten noch mehr; das wahre $(Ir)_s$ wäre etwa 30 ($\pm$ 15 Proz.) statt 27,5 am Stab *A*. Die scheinbare Thermoremanenz kann man nicht umrechnen, da hierfür der Gang der Koerzitivkraft mit der Temperatur für remanente Magnetisierung von etwa der Größe 1 bekannt sein müßte.

Für die folgenden Formen sind nur die scheinbaren Werte angegeben. Der Formfaktor kann durch Vergleichung mit Stab *A* festgestellt werden und ist für geringe ($\pm$ 40 Proz.) Änderungen von K derselbe. Stab *C* (Querschnitt in Mitte quadratisch, an den Enden abgerundet) $l:d =$ 2,0:0,3 (cm): $V_0 = 0{,}143$ das scheinbare $(Ir)_s = 7{,}4$; $(Ir)_{0,4;\,m} = 0{,}33$; $H_c = 28$. — An Stab *D* (quadratisches Prisma, $l:d = 2{,}0:0{,}3$; $V_0 = 0{,}161$) ist $(Ir)_s = 6{,}3$; $H_c = 23$ *Oe*; $(Ir)_{0,4;\,m} = 6{,}0 \cdot 10^{-2}$. — Ebensolcher Stab *E* ($l:d = 1{,}50:0{,}3$; $V_0 = 0{,}135$) $(Ir)_s = 6{,}0$; $H_c = 35$; $(Ir)_{0,4;\,m} = 0{,}14$. — Stab *F* ($l:d = 0{,}5:0{,}3$; $V_0 = 0{,}042$). Die scheinbaren $(Ir)_s = 2{,}6$; $H_c = 110$; $(Ir)_{0,4;\,m} = 0{,}009$.

Die Remanenz, wenn im Feld von 0,40 *Oe* bei 20° magnetisiert wurde, war kleiner als 1 Proz. der Thermoremanenz, was sich am genauesten aus den Stäben *C* und *D* bestimmen ließ. Bei Erhitzung im Felde *O* ($\pm$ 0,01 *Oe*) und Abkühlung vom Curiepunkt bis 20° war bei keiner der hier untersuchten Formen des künstlichen polykristallinen Magnetit eine spontane Kristallmagnetisierung nachweisbar, die größer wäre als 1 Proz. von $(Ir)_{0,4;\,m}$.

Man sieht, wie wesentlich der Entmagnetisierungsfaktor der Form auf die Thermoremanenz ist, was auch für geophysikalisch-petrographische Schlüsse zu beachten ist. — Eine Vergleichung der hier gemessenen wahren Werte von $(Ir)_s$ und H_c bei polykristallinem Magnetit mit den bei den Untersuchungen von P. Weiß[1]) und von R. Forrer festgestellten Daten an Magnetiteinkristallen ist angenähert möglich für $(Ir)_s$. Diese Größe fand P. Weiß[1]) an Magnetit von Brozzo für die binäre Achse und 499 *Oe* = 65,6, für die ternäre Achse und 436 *Oe* = 75,3 für die quaternäre Achse und 435 *Oe* = 89,3; im Mittel der Richtungshäufigkeit also etwa 72. Der hier gefundene Wert von $(Ir)_s$ ist also (72:27) = 2,7 mal kleiner. Die Koerzitivkraft hat bei 10,4° C R. Forrer[1]) an Magnetiteinkristallen von Zillertal für die ternäre Achse = 3,94 ermittelt; der hier gefundene Wert ist also 3,7 mal größer. Beides deutet übereinstimmend auf einen texturellen inneren Entmagnetisierungsfaktor[2]). Den Einfluß des inneren Entmagnetisierungsfaktor hat Forrer zuerst an polykristallinem Material dargetan. — Die empirische Dichte des künstlichen Magnetit 5,10 ist nämlich erheblich kleiner als die des Molekülgitters (5,21); das deutet auf Lücken. Wert und Temperaturgang der Anfangssuszeptibilität stimmen mit den von Renger an künstlichem, polykristallinen Magnetit gemessen überein.

3. Um zu sehen, ob wechselnde Zusammensetzung oder ob sekundäre Störungen die magnetischen Unterschiede zwischen künstlichen Magnetit und natürlichen Einkristallen bedingen, wurden verschiedene polykristalline Magnetite in Stäben gleicher Dimensionen verglichen. Die Werte sind mit Hilfe der vorher gegebenen Zahlen von dem Entmagnesierungsfaktor befreit auf absolute umgerechnet worden.

1. Magnetit (Kirunavaara, Schweden, sog. A. Erz, polykristallin) $s = 5{,}10$, besteht nach H. Schneiderhöhn fast nur aus schwach anisotropen Magnetitkör-

1) P. Weiß, Thèses Paris 1896 und Journal de physique **5**, 435, 1896.

1) R. Forrer, Journ. de physique (7). **2**, 312, 1931.

2) Es scheint mir aber nützlich zu unterscheiden zwischen dem von P. Weiß (Journ. de phys. (4). **6**, 667, 1907) zuerst definierten durch die Ordnung des Elektronenspin im Kristallgitter (Pyrrhotit) gegebenen strukturellen atomistisch-molekularen Entmagnetisierungsfaktor und der durch die innere Textur des Materials in größeren Räumen bedingten Entmagnetisierung. Die letztere ist bedingt durch Lücken und Einschlüsse, wodurch die Dichte des polykristallinen Materials und auch die vieler Einkristalle niedriger wird als die maximale, mit den Röntgeninterferenzen übereinstimmende Dichte. Texturelle Entmagnetisierung im polykristallinen Material könnte bei größeren K durch die Verschiedenheit der K mit der Richtung hervorgerufen werden, im Einkristall auch durch viele Lockerstellen und Spannungen. Die Entmagnetisierung kann infolge des hohen K durch die Grenzen der Körner bedingt sein, also der äußeren analog sein oder aber wie sicher bei Hämatit (s. § 7) nur auf die Unterbrechung der Austauschwirkungen (Bloch) zurückzuführen sein. Ob in einem ganz homogenen, spannungsfreien Magnetiteinkristall eine Koerzitivkraft vorhanden wäre, ist fraglich. P. Weiß hat einen Kristall von Traversella untersucht, dessen Koerzitivkraft nur etwa 0,5 *Oe* war, dessen Verhalten also dem des weichen Eisens sich näherte. Wenn auch Koerzitivkraft und damit Remanenz aller Ferromagnetika mit Fehlstellen und Verzerrungen des Kristallgitters zusammenhängen, so erlauben sie doch magnetische Eigenschaften zu fixieren, die einem Gitter ohne Fehlstellen eigentümlich sind, sich aber da der Beobachtung entziehen. Deshalb hat die hier beschriebene Thermoremanenz für die Theorie auch der homogenen Ferromagnetika Interesse.

nern. K_0 (20° C) = 0,81; $(Ir)_s$ = 38; H_c = 26 *Oe*, $(Ir)_{0,4;\,20^\circ} < 6 \cdot 10^{-4}$; $(Ir)_{0,4;\,m}$ = 9,0. — 2. Magnetit, polykristallin (Gellivara) s = 5,04. Nach H. Schneiderhöhn: grobkörniger Magnetit, schwach anisotrop; daneben vereinzelte Körner von Ilmenit. — K_0 = 1,20. $(Ir)_{0,4;\,m}$ = 3,2. — A. Erz von dort: $(Ir)_s$ = 35. — $(Ir)_{0,4;\,m}$ = 6,2. — 3. Anscheinend Zwillingsverwachsungen (Traversella, Piemont, Oberitalien) s = 5,15. Nach H. Schneiderhöhn: Magnetit grobkörnig, isotrop. K_0 = 0,78; $(Ir)_{0,4;\,m}$ = 1,1. — 4. Anscheinend Einkristall (Zermatt, Schweiz, aus Serpentin-Chloritschiefer) s = 5,01. Nach H. Schneiderhöhn: Magnetit schwach anisotrop, mit Einschlüssen von Kalzit und Asbest. K_0 = 0,70. $(Ir)_s$ = etwa 25; $(Ir)_{0,4;\,m} = 2{,}4 \cdot 10^{-1}$. — 5. Anscheinend Einkristall (Moriah Mine, U.S.A.), Stab ungefähr in Richtung einer zweizähligen Achse; s = 5,02. Nach erzmikroskopischer Analyse von H. Schneiderhöhn: reiner Magnetit mit wenig Hämatit. K_0 = 1,22, $(Ir)_s$ = 23, $(Ir)_{0,4;\,20^\circ} < 6{,}4 \cdot 10^{-4}$; $(Ir)_{0,4;\,m}$ = 2,5.

Aus diesen Daten geht hervor, daß die natürlichen polykristallinen Aggregate, deren Zusammensetzung variiert, starke Unterschiede untereinander aufweisen. Der Magnetit von Kirunavara (A Erz) hat dieselbe Dichte wie der künstliche, ist auch mechanisch ebenso widerstandsfähig, gibt aber andere magnetische Werte. — Alle Aggregate haben Werte, die unter den Werten der von P. Weiß untersuchten Kristalle bleiben. Auch die hier gemessenen Einkristalle haben, wie die erheblich unter der normalen bleibende Dichte zeigt, viele Inhomogenitäten und daher kleinere magnetische Parameter als die ausgesuchten Kristalle von P. Weiß.

4. Am künstlichen Magnetit wurde die sog. wahre, von dem Entmagnetisierungsfaktor der

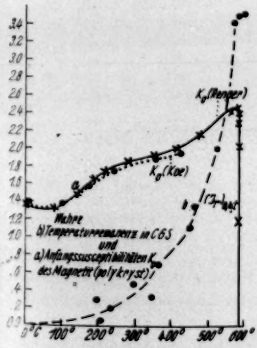

Fig. 1.

äußeren Form befreite Thermoremanenz gemessen, so wie sie sich bei Erhitzen auf verschiedene Temperaturen und Abkühlen im Feld von 0,41 *Oe* einstellt. Das Ergebnis ist auf Fig. 1, Kurve *b* dargestellt. Der rasche Anstieg liegt zwischen 450° und dem Curiepunkt. — Erhitzen über letzteren vergrößert den maximalen Wert nicht. Wird das Feld ausgeschaltet, ehe der Curiepunkt beim Abkühlen wieder erreicht war, so war keine sicher meßbare Remanenz vorhanden. — Erhitzen auf weniger als 200° gab keine sicher nachweisbare Remanenz. — Erhitzt man einen Stab mit remanentem Magnetismus im Feld *O* ($\pm$ 0,01 *Oe*), so nimmt von etwa 100° unter dem Curiepunkt das Moment je nach der Erhitzungstemperatur auf einem bestimmten Wert ab, bei Erhitzung bis zum Curiepunkt auf den Wert Null. — Alle Einstellungen zeigten, wenn die Zeiten in der Größenordnung von min waren, keine sicher feststellbare ($\pm$ 10 Proz.) Abhängigkeit von Erhitzungs- und Abkühlungsgeschwindigkeit. — Starke Temperaturdifferenzen zwischen beiden Enden eines Stabes im Feld *O* geben keine Remanenz. — Für Felder unter 0,4 *Oe* ist in erster Näherung die scheinbare und wahre maximale Thermoremanenz des künstlichen Magnetit und der Magnetite aus Gesteinen dem magnetisierenden Felde proportional. — Jedem Abkühlungsintervall zwischen zwei bestimmten Temperaturen in einem bestimmten Feld entspricht jedesmal ein bestimmter, von der Abkühlungsdauer in den oben angegebenen Zeitgrenzen unabhängiger Wert der Remanenz, wenn von dem Nullwert der Magnetisierung ausgegangen wird. Die niedrigere Temperatur macht nicht die bei der höheren Temperatur im gleichen Feld erzielte Ordnung rückgängig. Dagegen gibt ein Teilintervall weniger. Wenn im Feld 0,4 *Oe* von 550° nur bis 400° abgekühlt wird und die weitere Abkühlung feldfrei erfolgt, so ist die erzielte Remanenz in erster Näherung gleich der Differenz der beiden Ordinaten von Kurve *b* für diese Temperaturen = 2,4—1, 1 = 1,3. Das liegt nicht daran, daß von 450° C bis 20° C oder tiefer noch eine Zusatzremanenz hinzukommt zu der zwischen 550° und 450° erlangten, sondern daran, daß von der bei 550° im Feld 0,4 erzielten Ordnung ein Teil in Feld *O* zwischen 450° und 20° wieder rückgängig gemacht wird.

Gemessen wurde weiter beiläufig die reversible Temperaturabhängigkeit der scheinbaren, einmal aufgeprägten Remanenz eines Stabes, und zwar der Sättigungsremanenz und einer durch Erhitzung aufgeprägten Zwischenremanenz (Fig. 2a und b). Zur Vergleichung wurde aufgetragen der Temperaturgang der von R. Forrer gemessenen Sättigungsremanenz (c) und der induktiven Sättigungsmagnetisierung (d) nach P. Weiß und R. Forrer. (Aus International critical Tables, Bd VI, p. 413, Tab. 23.) Die von R. Forrer genau gemessene Größe σ_r als $f(t)$ ist die jeweilige bei bestimmter Temperatur

maximal aufprägbare Remanenz; sie ist, auch von den konstanten Faktoren abgesehen, nicht notwendig dieselbe wie die reversible Temperaturänderung einer einmal bei 20° aufgeprägten

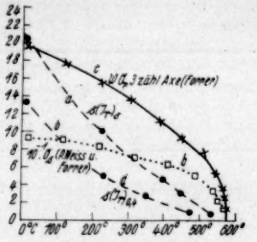

Fig. 2.

Sättigungsremanenz. Abgesehen davon ist zu beachten, daß hier vorläufig die Änderung der scheinbaren $(Ir)_s$ gemessen wurde. Gemeinsam ist beiden Kurven die starke Abnahme mit steigender Temperatur, im Gegensatz zu der Zunahme der Anfangssuszeptibilität (Fig. 1, Kurve *a*). Die starke Abnahme der Koerzitivkraft mit der Temperatur (Fig. 3, Kurve *a* wahre Koerzitivkraft in *Oe* für dreizählige Achse eines Magnetiteinkristalls von Tirol nach R. Forrer[1]); Kurve *b* scheinbare Koerzitivkraft eines Stabes aus künstlichem polykristallinen Magnetit) läßt allerdings fraglich erscheinen, ob die *K*-Werte über 450° noch der Anfangssuszeptibilität entsprechen; denn derart niedere Koerzitivkräfte verlangen entsprechend geringe Feld-

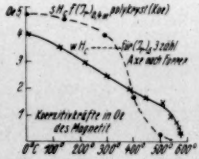

Fig. 3.

stärke. Auf den Zusammenhang mit der Theorie von R. Gans[2]) soll a. a. O. eingegangen werden.

5. Die Abnahme der induktiven Sättigung und die reversible Abnahme der Sättigungsremanenz mit steigender Temperatur wird bekanntlich durch die Theorien von Langevin und von P. Weiß und A. Perrier erklärt; es ist die statistisch faßbare Abnahme der magnetischen Momente innerhalb der einzelnen Ewingeinheiten. Das Vorhandensein der Einheiten aber bedingt die Anomalien des Ferromagnetismus, der Koerzitivkraft und Hysterese.

1) R. Forrer, Journ. de phys. (7), **2**, 312, 1931.
2) R. Gans, Ann. Phys. **42**, 1065, 1913.

Der Anstieg der Anfangssuszeptibilität K_0, der im Gegensatz zu der im gleichen Intervall sichergestellten Abnahme von $(Ir)_s$ und der induktiven Sättigung (auf die Masseneinheit bezogen σ) zu stehen scheint, findet seine Erklärung in der Thermoremanenz. Die Ordnung der verschieden großen Gruppeneinheiten in eine bestimmte, durch das Feld gegebene Richtung geht also mit zunehmender Annäherung an den Curiepunkt leichter vor sich. Der Einstellung einer Einheit entspricht bei einer bestimmten Temperatur eine bestimmte Feldstärke, die deren individueller Koerzitivkraft entspricht.

Solche Einheiten sind, wie die Versuche an Hämatit zeigen, auch in dessen Einkristall vorhanden. Ob sie da notwendig durch die Kräfte im Kristallgitter geschaffen werden, wie das Zwicky[1]), Akulow[2]), Frenkel[3]) und Dorfmann, Bitter[4]) in ihren Theorien annehmen, oder ob die Einheiten nur durch zufällige Lockerstellen im Realkristall bedingt sind, wie das für die elektrische Leitfähigkeit Smekal angenommen hat, läßt sich noch nicht allgemein (vgl. aber S. 470 Anm. 2) entscheiden. Da die Hysteresiskurve im allgemeinen kontinuierlich ist, so dürften die Einheiten jedenfalls nicht gleich groß zu sein; es sei denn, daß man gleich große Einheiten aber verschiedene Koppelungskräfte annehme, wofür man Versuche von Forrer[5]) anführen könnte. Dementsprechend gestaltet sich auch die Deutung des Barkhauseneffektes verschieden.

6. Relativ viel stärker als bei Magnetit (Fe_3O_4) ist die Thermoremanenz bei Hämatit (Fe_2O_3 rhomboedrisch), der in Einkristallen, oder wenigstens äußerlich als solchen erscheinenden Individuen untersucht wurde. Hämatit von Ouro Preto (Brasilien). Analyse des hier untersuchten erhitzten Materials von Dittrich: 98,3 Fe_2O_3; 0,47 FeO; 0,18, TiO_2. — Dieses früher auf Leitfähigkeit untersuchte Mineral zeigt eine Streifung, die eine Zwillingsbildung nach dem Rhomboeder als möglich erscheinen läßt; die Spaltbarkeit nach der Basis steht damit nach R. Mügge[6]) nicht in Widerspruch. Zwar zeigte die elektrische Leitfähigkeit großen Unterschied, für Stäbe $\parallel$ und $\perp$ zur Basis. Doch könnte dies, auch sekundär durch die sichtbaren Absonde-

1) F. Zwicky, Proc. Nat. Acad. Amer. **15**, 253, 1929; Helv. Phys. Acta **3**, 269, 1930.
2) N. Akulov, Zeitschr. f. Phys. **67**, 794, 1931.
3) J. Frenkel und J. Dorfmann, Nature **126**, 274, 1930; Phys. Ber. 1930, 2587.
4) Fr. Bitter, Phys. Rev. **37**, 91 u. 1175, 1931.
5) R. Forrer, Journ. de phys. **7**, 109, 1926.
6) R. Mügge, Zeitschr. f. Krist. **10**, 237; **13**, 587; **19**, 310; vgl. auch C. Hintze, Handb. d. Mineralogie **1**, 2, S. 1785, 1915.

rungsflächen nach der Basis bedingt sein. Deshalb sind die an diesem, sonst geeigneten, reinen Material gefundenen Magnetisierungswerte für Beurteilung von Richtungsunterschieden nicht zuverlässig. — Alle Stäbe sind aus demselben Kristall geschnitten. — Stäbe || Basis: Stab A von quadratischem Querschnitt ($l:d = 2{,}0:0{,}30$ cm), $V_0 = 0{,}180$ cm. $K_0\,(20^0) = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$ bei etwa 5 Oe kann als Anfangssuszeptibilität nach der Regel von Gumlich angesehen werden, da H_c etwa = 35 Oe ist. $(Ir)_{0,4;m} = 1{,}12$ $(Ir)_s = 1{,}54$. — Langer dünner Kreiszylinder, an den Enden abgerundet. $l:r = 2{,}55:0{,}55$; $r = 0{,}049$; $V_0 = 0{,}0194$. — $(Ir)_{0,4;m}$ 1,86; $(Ir)_s = 1{,}88$; $Hc = 38 Oe$ nach mehrfachen Erhitzungen: 31 Oe. — Kurzer Stab (D) von quadratischem Querschnitt: $l:d = 0{,}5:0{,}3$ (cm) $(Ir)_s = 1{,}19$; $(Ir)_{0,4;m} = 0{,}85$; $H_c = 23\ Oe$. — Die Unterschiede sind nicht auf die Form zurückzuführen, da die Entmagnetisierungsfaktoren wegen der kleinen K auch für den kürzesten Stab D zu vernachlässigen sind. H_c, das bei dem relativ kurzen Stab D nicht größer ist als für den langen Stab C bestätigt dies. Die scheinbaren Werte sind also hier für alle Stäbe wahre Werte (auf ± 2 Proz.). Die Unterschiede des magnetischen Verhaltens können also nur durch innere Unterschiede bedingt sein, entweder durch Zwillingsbildung, oder durch Unterschiede der chemischen Zusammensetzung, wie R. B. Sosman und J. C. Hostetter an Hämatitkristallen von Elba solche fanden. — Der Sättigungswert der induktiven Magnetisierung bei 20° C ist nicht genau bekannt, da auch bei hohen Feldern ein langsames Ansteigen der Magnetisierung noch stattfindet. Man nimmt etwa 1,9—3,0 an. Die Thermoremanenz in Feld 0,4 erreicht an einem Stab den gemessenen Wert von $(Ir)_s$ auf ± 5 Proz. und kommt bei den anderen Stäben $(Ir)_s$ auf 20—30 Proz. nahe. — Damit steht in Zusammenhang, daß bei Erhitzung über den Curiepunkt im Nullfeld die Hämatitstäbe nicht leicht zu entmagnetisieren sind. Ein schwaches Feld von etwa 0,05 Oe genügt schon, um eine merkliche Thermoremanenz hervorzubringen.

1. Die Werte der Suszeptibilität des Hämatit variieren sehr stark. Alle Autoren finden übereinstimmend, daß die Werte || der Hauptachse C viel kleiner sind (etwa 1/20—1/30) als die K-Werte $\perp$ zur Hauptachse. K_c soll nach B. Bavink (N. J. f. Min. Beilagebd. **18**, 377, 1904) paramagnetisch sein und die Magnetisierung völlig frei von Hysterese. Doch findet J. Westman (Diss. Upsala 1897 Jörnglansens Magnetism) eine Zunahme von K_c zwischen 36 und 72 Oe auf etwa den doppelten Wert; das entspräche also dem Anstieg von der Anfangssuszeptibilität eines Ferromagnetikums; K_a nimmt im gleichen Intervall etwa auf die Hälfte ab. Demgemäß vermindert sich auch der Quotient $K_a : K_c$ mit steigender Feldstärke, das bekannte von P. Weiß am Magnetit entdeckte Verhalten: für sehr hohe Feldstärken würde für jede Richtung der Sättigungswert erreicht. — J. Kunz fand (N. J. f. Min. 1907, **1**, 62). K_c etwa $1{,}06 \cdot 10^{-3}$ bis $2{,}6 \cdot 10^{-4}$ bei verschiedenen Kristallen. — K_a ist nach J. Westman für dessen niedrigste Feldstärke von 36 Oe gleich $4{,}7 \cdot 10^{-2}$, also größer als der hier gefundene Wert von $(Ka)_0$. — Townsend Smith (Phys. Rev. (2), **8**, 721, 1916) fand $K_c = 1{,}17 \cdot 10^{-4}$—$1{,}03 \cdot 10^{-4}$ für viele Hämatite, und K_a für 560 Oe = $2{,}8 \cdot 10^{-3}$. Seine Werte extrapoliert auf die Feldstärke von Westman sind etwa halb so groß, und dürften extrapoliert etwa der hier gefundenen Anfangssuszeptibilität entsprechen. Westman fand keinen erheblichen Unterschied für K in der Basis für Nebenachse und Zwischenachse. J. Kunz fand in der Basis eine starke Rotationshysteresis. Einfaches Verhalten zeigt nur die dünnen Tafeln nach der Basis (vom Vesuv). Magnetisch scheint nach J. Kunz Hämatit in der Basis aus drei Gruppen zu bestehen, die miteinander einen Winkel von 60 Grad bilden. Die betreffenden Symmetrieachsen hätten demnach polaren Charakter, der aber durch ein Feld umgekehrt werden kann.

7. Hämatit (Tafeln von Cavradi, Graubünden, Schweiz, mit einigen Rutilverwachsungen auf der Oberfläche; nach älterer Angabe von Kobell zu schließen wären etwa 6 Proz. TiO_2 im Kristallgitter enthalten): Alle Größen für 20° C. — Dicktafeliger Kristall I: Stab C in Basis; $l = 2{,}0$, $q = 0{,}30 \cdot 0{,}30$. Das Volumen wird abzüglich Poren, aus spezifischem Gewicht und Masse berechnet; denn die Kristalle zeigen viele kleine Hohlräume; es ist 0,164 ccm; $K_0 = 1{,}1 \cdot 10^{-2}$ $(Ir)_{0,4;m} = 1{,}1$; $(Ir)_s = 1{,}6$; $H_c = 117\ Oe$. — Kristall II: dünntafelig mit viel Rutil verwachsen: Stab D in Basis. $K_0 = 1{,}35 \cdot 10^{-2}$; $(Ir)_{0,4;m} = 4{,}5 \cdot 10^{-1}$; $(Ir)_s = 1{,}0$; $H_c = 502$ Oe. Die Richtungen in der Basis waren bei Stab C und D nicht festgelegt. — Kristall III: Stab E in Basis || Zwischenachse: $K_0 = 5 \cdot 10^{-3}$; $(Ir)_{0,4;m} = 0{,}80$. — Stab F wie E: $K_0 = 6{,}0 \cdot 10^{-3}$; $(Ir)_{0,4;m} = 0{,}85$; $(Ir)_s = 1{,}64$. — Stab G || Nebenachse, Kante von (0001): (1011). $K_0 = 5 \cdot 10^{-4}$(?); $(Ir)_{0,4;m} = 0{,}85$; $(Ir)_s = 1{,}66$; $H_c = 295 Oe$. — Während Anfangssuszeptibilität, Sättigungs- und Thermoremanenz des Hämatit von 6 und von 7 sich nicht sehr unterscheiden, ist der große Unterschied in der Koerzitivkraft von 6 und 7 und der Kristalle I, II, III auffällig. Die höhere Koerzitivkraft könnte durch den Titangehalt im Kristallgitter bedingt sein, da einige Ilmenite ($FeTiO_3$ rhomboedrisch-tetratoedrisch) eine hohe Koerzitivkraft haben, die nach vorläufigen Messungen mit dem Titangehalt zusammenzuhängen scheint.

Ob die spontane Magnetisierung der Ewingeinheiten, der Elementargebiete von Heisenberg und Bloch, in Fällen wie Hämatit, wo infolge des kleinen Wertes von K innere texturelle Entmagnetisierung nicht stark sein kann, sich im Felde O aufheben, was Heisenberg[1]) aus energetischen Gründen annimmt, ist experimentell noch nicht zu bestätigen. Hämatitkristalle wie

1) W. Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. **69**, 287, 1931.

die hier untersuchten (7), in alpinen Zerrklüften unter 400° entstanden, die also vgl. Fig. 4 keine erhebliche Thermoremanenz besitzen konnten, zeigen mitunter im natürlichen unveränderten Zustand auffallend starke, unregelmäßige, infolge der hohen Koerzitivkraft beständige Polaritäten. Die meisten kristallographisch als einheitlich geltenden, allerdings durch Streifung nicht regelmäßig erscheinenden Tafeln (z. B. von Cavradi) wären nach J. Kunz Zwillingsverwachsungen von magnetisch einheitlichen Subindividuen, ähnlich wie viele Pyrrhotite ($Fe_m S_n$) nach P. Weiß. Dadurch könnten zwar, wegen des kleinen K im Gegensatz zu Magnetit keine texturellen inneren Entmagnetisierungsfaktoren in den scheinbaren Einkristallen sich ergeben; aber diese Diskontinuitäten ebenso wie Oberflächenschichten um einzelne Teile und chemische Inhomogeneitäten im Kristallgitter könnten die nur in atomistischer Nähe wirksamen Austauschgrößen der Theorie von Heisenberg (1928) stören. Das müßte K herabsetzen, wenn sehr viele kleine Störungen da sind, könnte aber, wenn man die neusten Darlegungen von Heisenberg und F. Bloch[1]) zu grunde legt, auch die Koerzitivkraft vergrößern und die damit verbundenen Erscheinungen im Gang von K hervorbringen. Daneben kann man die von R. Becker[2]) gegebene Erklärung beiziehen.

8. An einem Stab eines anscheinend homogenen Hämatitkristall (Cavradi, Schweiz) || Basis in der Richtung einer leichteren Magnetisierbarkeit wurde im Feld 0,41 *Oe* die Abhängigkeit der wahren Thermoremanenz von der maximalen

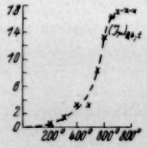

Fig. 4. Hämatit || Basis. Zunahme der Thermoremanenz (in $CGS \cdot 10^{-1}$) mit steigender Höchsttemperatur.

Temperatur, auf die erhitzt wurde, bei 20° gemessen (Fig. 4). Der Stab blieb bei der Abkühlung im Feld. Je näher dem Curiepunkt, um so größer wird die Thermoremanenz. Erst von etwa 720° ab, nicht von 650° dem ferromagnetischen Curiepunkt an, ist die Thermoremanenz maximal und konstant. Unter etwa 200° gibt es keine merkliche Thermoremanenz. Um die Stäbe im Feld O ($\pm$ 0,02 *Oe*) ganz zu entmagnetisieren, genügt meist eine Temperatur von 710° noch nicht; hierzu waren 720°—730° C erforderlich. Doch gelang das mit 0,02 *Oe* nicht bei allen Stäben. — J. Kunz gibt den Curiepunkt auf etwa 645° an. Das ist jedenfalls die Temperatur, bei der die induktive Magnetisierung (J_k) auf einen sehr kleinen Wert herabsinkt. Fig. 5, Kurve *b* gibt nach J. Kunz die Temperaturabhängigkeit der induktiven Magnetisierung in willkürlichen Einheiten für Hämatit parallel der Basis im Feld von 7000 *Oe*. Ganz

Fig. 5. Hämatit || Basis.
--- *a* $(I_r)_s$.
— *b* I_k (7000 *Oe*) nach J. Kunz.
····· Koerzitivkraft in *Oe*.

ähnlich ist nach hier ausgeführten Beobachtungen (Fig. 5, Kurve *a*) die reversible Änderung der remanenten Sättigungsmagnetisierung im Felde O, in Übereinstimmung mit der Theorie von A. Perrier[1]) und Beobachtungen von I. R. Ashworth[2]) für *Ni* und andere Ferromagnetika. Der starke Abfall beider Kurven deutet auf einen ferromagnetischen Curiepunkt bei etwa 650°. — Die Änderung der wegen des kleinen K wahren Koerzitivkraft ließ sich vorläufig nur bis etwa 500° verfolgen (Fig. 5, Kurve H_c) auf $\pm$ 15 Proz. genau; sie kann also zur Beantwortung der Frage, ob es hier tatsächlich zwei Curiepunkte gibt, wie sie R. Forrer in andern Fällen nachwies, nicht verwandt werden.

9. In geringerem Maß tritt die Thermoremanenz auch bei anderen ferromagnetischen Körpern auf, z. B. bei Wolframstahl, bei Eisen als Klavierdraht, den das Forschungslaboratorium der Firma Siemens & Halske mit den magnetischen Daten dem Verf. freundlichst zur Verfügung stellte. Bei Eisen ist, wie Koerzitivkraft und Hysterese so auch die Thermoremanenz um so kleiner, je reiner und einheitlicher kristallisiert das Metall ist. An reinem, mehrfach geschmolzenem Elektrolyteisen von Heräus war Thermoremanenz bei Abkühlung vom Curiepunkt im Feld von 0,41 *Oe* nicht mehr sicher nachweisbar, in Übereinstimmung mit der von W. Gerlach festgestellten Kleinheit der Koerzitivkraft.

1) F. Bloch, Zeitschr. f. Phys. **74**, 295, 1932.
2) R. Becker, Zeitschr. f. Phys. **62**, 553, 1930; **84**, 660, 1930.

1) A. Perrier, Arch. de Genève (4), 35, 360, 1913 und (5) **2**, 29, 1920.
2) I. R. Ashworth, Phil. Mag. (6), 23, 50, 1912.

Freiburg i. B., Mathem.-physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 28. April 1932.)

Die verallgemeinerte Spinorenrechnung und die Diracschen Gleichungen.

Von Leopold Infeld.

Zusammenfassung.

Die Spinorenrechnung erlaubt alle im pseudoeuklidischen Kontinuum formulierten Beziehungen zwischen Weltvektoren und Welttensoren in die Spinorsymbolik zu überführen. In der hier entwickelten verallgemeinerten Spinorenrechnung entspricht dem Spinorenkontinuum eine Weltmannigfaltigkeit vom Riemannschen Charakter. Man gelangt auf diesem Wege zu einer natürlichen und einfachen Verallgemeinerung der Diracschen Gleichungen, bei der die Gültigkeit der Erhaltungssätze bewahrt bleibt. Die aus den verallgemeinerten Diracschen Gleichungen gezogenen physikalischen Konsequenzen weisen auf die Möglichkeit der experimentellen Prüfung hin.

I. Die verallgemeinerte Spinorenrechnung.

§ 1. Die von Weyl[1]) und van der Waerden[2]) entwickelte Spinorenrechnung erlaubt die Diracschen Gleichungen in eine besonders einfache und elegante Form zu bringen. Laporte und Uhlenbeck[3]) haben gezeigt, daß sich auch die Maxwellschen Gleichungen mit Hilfe der Spinoren ausdrücken lassen. Es mögen hier zunächst nur ganz kurz die Grundzüge der Spinorenrechnung angegeben werden, und zwar in der Form, in welcher sie den Ausgangspunkt unserer weiteren Betrachtungen bilden.

In einer Ebene mit zwei komplexen Veränderlichen ξ^1, ξ^2 sollen die Vektor- und Tensorkomponenten, wie üblich, durch ihre Transformationseigenschaften definiert werden. Wir beschränken uns auf lineare, unimodulare Transformationen:

$$\begin{aligned}\xi^{1'} &= \alpha_1^1\xi^1 + \alpha_2^1\xi^2\\ \xi^{2'} &= \alpha_1^2\xi^1 + \alpha_2^2\xi^2 .\end{aligned} \tag{1a}$$

Für die konjugiert komplexen Veränderlichen $\overline{\xi^1}$, $\overline{\xi^2}$ ist dann:

$$\begin{aligned}\overline{\xi^{1'}} &= \overline{\alpha_1^1}\,\overline{\xi^1} + \overline{\alpha_2^1}\,\overline{\xi^2}\\ \overline{\xi^{2'}} &= \overline{\alpha_1^2}\,\overline{\xi^1} + \overline{\alpha_2^2}\,\overline{\xi^2} .\end{aligned} \tag{1b}$$

Die α_λ^μ sind konstante Koeffizienten und ihre Determinante $|\alpha_\lambda^\mu|$ genügt der Bedingung:

$$\begin{vmatrix}\alpha_1^1 & \alpha_2^1\\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}\overline{\alpha_1^1} & \overline{\alpha_2^1}\\ \overline{\alpha_1^2} & \overline{\alpha_2^2}\end{vmatrix} = 1. \tag{2}$$

(Zur Bezeichnung der Tensoren und ihrer Indizes im Spinorenkontinuum sollen griechische Buchstaben benutzt werden. Über zweimal auftretende Indizes ist stets von 1 bis 2 zu summieren.)

Die Spinvektoren und Spintensoren

$$\beta^\lambda, \beta^{\dot\mu}, \beta^{\lambda\dot\mu}, \quad \beta^{\dot\lambda\mu}, \quad \beta^{\dot\lambda\dot\mu}, \quad \beta^{\dot\lambda\mu\nu} \quad \text{usw.}$$

transformieren sich entsprechend wie

$$\xi^\lambda, \overline{\xi^\mu}, \xi^\lambda\overline{\xi^\mu}, \overline{\xi^\lambda}\,\xi^\mu, \overline{\xi^\lambda}\,\overline{\xi^\mu}, \overline{\xi^\lambda}\,\xi^\mu\,\xi^\nu \text{ usw.}$$

(Die Tensoren $\beta^{\dot\lambda\mu\nu}$ und $\beta^{\dot\lambda\dot\mu\dot\nu}$ sind konjugiert komplex, da alle nicht punktierten Indizes durch punktierte ersetzt wurden und umgekehrt.)

Der Übergang von den kontravarianten zu den kovarianten Tensorkomponenten (und vice versa), d. h. das Herauf- und Herunterziehen der Indizes soll auf folgende Weise vollzogen werden:

$$\begin{aligned}\beta^1 &= \beta_2; \quad \beta^{\dot1} = \beta_{\dot2}\\ \beta^2 &= -\beta_1; \quad \beta^{\dot2} = -\beta_{\dot1} .\end{aligned} \tag{3}$$

Dann ist das skalare Produkt:

$$\alpha^\lambda\beta_\lambda = \alpha^2\beta^1 - \alpha^1\beta^2 = -\alpha_\lambda\beta^\lambda \tag{4}$$

invariant gegenüber der unimodularen linearen Transformation (1a). Der Betrag jedes Vektors und jedes Tensors von ungeradem Rang ist daher immer gleich Null:

$$\alpha_{\dot\lambda}\alpha^{\dot\lambda} = \alpha_{\dot\lambda}\alpha^{\dot\lambda} = 0; \quad \alpha_{\dot\lambda\mu\nu}\alpha^{\dot\lambda\mu\nu} = 0. \tag{5}$$

Es sei nun ein Spintensor

$$\alpha_{\dot\lambda\mu} = \alpha_{\mu\dot\lambda}; \quad \alpha^{\dot\lambda\dot\mu} = \alpha^{\dot\mu\dot\lambda} \tag{6}$$

gegeben. Wir wollen diesem Spintensor im gewählten Koordinatensystem einen Weltvektor A^i, und zwar auf folgende Weise zuordnen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt2}(\alpha^{\dot1\dot2} + \alpha^{\dot2\dot1}) &= A^1 = -A_1\\ \frac{i}{\sqrt2}(\alpha^{\dot1\dot2} - \alpha^{\dot2\dot1}) &= A^2 = -A_2\\ \frac{1}{\sqrt2}(\alpha^{\dot1\dot1} - \alpha^{\dot2\dot2}) &= A^3 = -A_3\\ \frac{1}{\sqrt2}(\alpha^{\dot1\dot1} + \alpha^{\dot2\dot2}) &= A^4 = \quad A_4 .\end{aligned}\right\} \tag{7a}$$

Daraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}\sqrt2\,\alpha^{\dot2\dot1} &= A^1 + iA^2 = -(A_1 + iA_2) = -\sqrt2\,\alpha_{\dot1\dot2}\\ \sqrt2\,\alpha^{\dot1\dot2} &= A^1 - iA^2 = -(A_1 - iA_2) = -\sqrt2\,\alpha_{\dot2\dot1}\\ \sqrt2\,\alpha^{\dot1\dot1} &= A^3 + A^4 = -A_3 + A_4 = \sqrt2\,\alpha_{\dot2\dot2}\\ \sqrt2\,\alpha^{\dot2\dot2} &= -A^3 + A^4 = \quad A_3 + A_4 = \sqrt2\,\alpha_{\dot1\dot1} .\end{aligned}\right\} \tag{7b}$$

1) H. Weyl, Gruppentheorie und Quantenmechanik 1930, Kap. III.
2) B. van der Waerden, Göttinger Nachrichten 1929, 100.
3) O. Laporte and G. E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **37**, 1381, 1931.

(Die Weltvektoren, Welttensoren und ihre Indizes werden durch lateinische Buchstaben bezeichnet. Bei zweimal auftretenden lateinischen Indizes ist die Summation von 1 bis 4 zu erstrecken.)

Man verifiziert leicht:

$$\boxed{a_{\lambda\mu}a^{\dot\lambda\mu} = A_\varepsilon A^\varepsilon} \quad . \tag{8}$$

Die linke Seite von (8) ist gegenüber den unimodularen Transformationen (1a) und (1b), die rechte Seite dagegen gegenüber der Lorentztransformation invariant. Sowohl die Transformationen (1), als auch die Lorentztransformation sind durch 6 Parameter gekennzeichnet. Man kann den folgenden, für die weiteren Anwendungen der Spinorenrechnung fundamentalen Satz beweisen: Jeder Transformation (1) kann eine Lorentztransformation zugeordnet werden. Umgekehrt: Jeder Lorentztransformation entsprechen zwei Transformationsmatrizen $\|a_\lambda^\mu\|$, deren Elemente sich nur dem Vorzeichen nach unterscheiden.

Den Gleichungen (7a), (7b) kann leicht die allgemeine Regel entnommen werden, mittelst welcher dem Welttensor A^{ik} ein Spintensor $\beta^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma}$ zugeordnet werden kann. Man erhält nämlich aus den Gleichungen (7) durch Multiplikation:

$$\left.\begin{aligned} 2\beta^{\dot 2\dot 1\dot 1\dot 2} &= A^{11} + A^{22} + i(A^{21} - A^{12}) \\ 2\beta^{\dot 1\dot 2\dot 2\dot 1} &= A^{11} + A^{22} - i(A^{21} - A^{12}) \\ 2\beta^{\dot 2\dot 1\dot 1\dot 2} &= A^{14} - A^{13} + i(A^{24} - A^{23}) \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Die gegenseitige Beziehung zwischen Spin- und Welttensoren kann zusammenfassend durch folgende Regeln formuliert werden:

1. Den Spintensoren $a^{\dot\lambda\mu}$, $a^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma}$ entsprechen reelle Weltvektoren A^i und Welttensoren A^{ik} falls $\dot\lambda$ mit μ und $\dot\nu$ mit σ vertauschbar sind:

$$a^{\dot\lambda\mu} = a^{\mu\dot\lambda};\ a^{\dot\lambda\mu\dot\sigma\nu} = a^{\mu\dot\lambda\sigma\dot\nu} = a^{\mu\dot\lambda\dot\nu\sigma} \quad .$$

2. Dem Spintensor $a^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma}$ entspricht ein symmetrischer Welttensor, falls $\dot\lambda\mu$ mit $\dot\nu\sigma$ vertauschbar ist, d. h. wenn

$$a^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma} = a^{\dot\nu\sigma\dot\lambda\mu},$$

dagegen ein antisymmetrischer Welttensor, wenn

$$a^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma} = -a^{\dot\nu\sigma\dot\lambda\mu}$$

ist.

Wir wollen jetzt Vektoren- und Tensorenfelder von spezieller Art im Spinorenkontinuum annehmen. Die Spintensoren (z. B. $a_{\dot\lambda\mu\dot\nu}$) sollen Funktionen der Weltpunkte x^1, x^2, x^3, x^4 sein. Wie ändert sich $a_{\dot\lambda\mu\dot\nu}$ beim Übergang zu einem anderen Koordinatensystem vermittelst der unimodularen Transformation (1)? Die Antwort lautet:

$$a_{\dot\lambda\mu\dot\nu}(x^1x^2x^3x^4) \longrightarrow a'_{\dot\lambda\mu\dot\nu}(x^{1'}x^{2'}x^{3'}x^{4'}),$$

$a_{\dot\lambda\mu\dot\nu}$ wird wie $\overline{\xi_\lambda}\xi_\mu\xi_\nu$ transformiert und die Weltpunkte erleiden eine Lorentztransformation, die der vorgegebenem Transformation (1) entspricht. Daraus folgt der Tensorencharakter (im Spinorenkontinuum) des Operator $\hat c_{\dot\lambda\mu}$, der durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{2}\,\hat c_{\dot 1 2} &= \frac{\hat c}{\hat c x^1} + i\frac{\hat c}{\hat c x^2} \\ \sqrt{2}\,\hat c_{\dot 2 1} &= \frac{\hat c}{\hat c x^1} - i\frac{\hat c}{\hat c x^2} \\ \sqrt{2}\,\hat c_{\dot 2 2} &= -\frac{\hat c}{\hat c x^3} + \frac{\hat c}{\hat c x^4} \\ \sqrt{2}\,\hat c_{\dot 1 1} &= \frac{\hat c}{\hat c x^3} + \frac{\hat c}{\hat c x^4} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

definiert wird. Aus (10) folgt die zu (8) analoge Formel:

$$\Box = \frac{1}{c^2}\frac{\hat c^2}{\hat c t^2} - \frac{\hat c^2}{\hat c x^2} - \frac{\hat c^2}{\hat c y^2} - \frac{\hat c^2}{\hat c z^2} = \hat c^{\dot\lambda\mu}\hat c_{\dot\lambda\mu}. \tag{11}$$

Es seien im pseudoeuklidischen Kontinuum gewisse Beziehungen zwischen den Weltvektoren und Welttensoren gegeben. Wir fragen: Können diese Beziehungen in der Spinorsymbolik formuliert werden? Diese Frage ist auf Grund der hier skizzierten Spinorenrechnung leicht zu beantworten. Es lassen sich alle Beziehungen der speziellen Relativitätstheorie rein mechanisch in die Spinorsymbolik übertragen, und zwar durch folgende Zuordnung:

$$A^i \to a^{\dot\lambda\mu};\ A^{ik} \to a^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma};\ \frac{\hat c}{\hat c x^k} \to \hat c_{\dot\lambda\mu}.$$

Wir wissen auch auf Grund der vorher angegebenen Regeln, wie man den Begriff der Vertauschbarkeit der Indizes ik und den reellen Charakter der Funktionen A^{ik} in der Spinorsymbolik ausdrücken kann.

Als Beispiel wollen wir hier die Gesetze des elektromagnetischen Feldes betrachten. Sie lauten, wie bekannt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\hat c f^i}{\hat c x^i} &= 0 \\ F_{ik} &= \frac{\hat c f_k}{\hat c x^i} - \frac{\hat c f_i}{\hat c x^k} \\ \frac{\hat c F^{ik}}{\hat c x^k} &= I^i \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

(f_i = Vierpotential; I^k = Stromvektor; F_{ik} = elektromagnetische Feldstärke.) Diese Gleichungen nehmen in der Spinorsymbolik folgende Form an:

$$\left.\begin{aligned} &\hat\partial_{\dot\lambda\mu}\varphi^{\dot\lambda\mu} = 0 \\ &\Phi_{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma} = \hat\partial_{\dot\lambda\mu}\varphi_{\dot\nu\sigma} - \hat c_{\dot\nu\sigma}\varphi_{\dot\lambda\mu} \\ &\hat c_{\dot\nu\sigma}\Phi^{\dot\lambda\mu\dot\nu\sigma} = \varkappa^{\dot\lambda\mu}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

§ 2. Die Verallgemeinerung der hier skizzierten Spinorenrechnung läßt sich in ähnlicher Weise wie z. B. der Übergang von der Euklidischen zur Riemannschen Mannigfaltigkeit vollziehen. Die verallgemeinerte Spinorenrechnung führt zu den (zunächst nur rein formal) verallgemeinerten Diracschen Gleichungen. Es fragt sich, ob aus den so verallgemeinerten Diracschen Gleichungen irgendwelche neue physikalische Folgerungen gezogen werden können? Es wird hier diese Frage beantwortet, indem im folgenden gezeigt wird, daß die verallgemeinerten Diracschen Gleichungen im einfachsten Falle eines freien Elektrons, kugelsymmetrische, überall endliche und stetige Lösungen zulassen; auch können aus den hier erhaltenen Gleichungen (für den Fall freier Elektronen) gewisse neue der experimentellen Prüfung zugängliche Konsequenzen gefolgert werden.

§ 3. Es seien g_{sp} die Komponenten des Fundamentaltensors in einem Kontinuum der reellen Veränderlichen von gerader Dimensionenanzahl. Die Kenntnis von g_{sp} ermöglicht das Herauf- und Herunterziehen der Indizes und die Bildung des skalaren Produktes zweier Vektoren. Wir wollen nicht voraussetzen, daß der Tensor g_{sp} in den Indizes s und p symmetrisch ist.

Sind A^l die kontravarianten, A_l die kovarianten Komponenten eines Vektors, dann ist:

$$A_l = A^s g_{sl}.$$

Beim Herauf- und Herunterziehen der Indizes sollen die zu summierenden Indizes nebeneinander stehen, zunächst der obere, sodann der untere. So ist z. B.:

$$A^l = g^{ls} A_s$$

beim Heraufziehen der Indizes. (Die kontravarianten Komponenten g^{sp} sind durch die wohlbekannte Beziehung

$$g_{ps} g^{ls} = \delta_p^{\,l} = \begin{cases} 1 \text{ für } p = l \\ 0 \text{ für } p \neq l \end{cases} \qquad (14)$$

definiert.)

Der Tensor g_{sp} kann in seinen symmetrischen

$$\tfrac{1}{2}(g_{sp} + g_{ps}) = g_{sp}$$

und antisymmetrischen Teil

$$\tfrac{1}{2}(g_{sp} - g_{ps}) = \gamma_{sp}$$

zerlegt werden:

$$g_{sp} = g_{sp} + \gamma_{sp}.$$

Die skalaren Produkte $A_s B^s$ und $A^s B_s$ sind nicht einander gleich. Es gilt nämlich:

$$A^s B_s - A_s B^s = 2 A^s B^l \gamma_{ls}.$$

Der Betrag des Vektors A^s hängt dagegen von γ_{ls} nicht ab. Es ist:

$$A_s A^s = A^s A_s = g_{ls} A^l A^s.$$

Sowohl die Tensoren als auch die Spinorenalgebra kann dann als Spezialfall der verallgemeinerten Tensorenalgebra in welcher die Symmetrie des metrischen Tensors nicht vorausgesetzt wird, betrachtet werden. Man erhält nämlich die Tensorenalgebra durch den Ansatz

$$\gamma_{lk} = 0,$$

die Spinorenalgebra dagegen durch die Voraussetzung

$$\boxed{g_{sp} = 0\,;\ g_{sp} = \gamma_{sp}}\,, \qquad (15)$$

die hier im folgenden angenommen werden soll[1]). Dann ist im Spinorenkontinuum:

$$\begin{aligned} a^\mu &= \gamma^{\mu\varrho} a_\varrho\,; \quad a_\mu = a^\varrho \gamma_{\varrho\mu} \\ a_\varrho a^\varrho &= 0 \\ a^\varrho \beta_\varrho &= -a_\varrho \beta^\varrho = \gamma_{\varrho\sigma} a^\varrho \beta^\varrho = \gamma^{\varrho\sigma} a_\sigma \beta_\varrho. \end{aligned} \qquad (16)$$

Diese Gleichungen bilden (soweit man von den punktierten Indizes absieht) eine Verallgemeinerung der entsprechenden Gleichungen des § 1. Setzt man für das zweidimensionale Kontinuum

$$\gamma_{12} = \gamma^{12} = 1,$$

dann erhält man in der Tat die Gleichungen (3), (4) und (5).

§ 4. Wir können jetzt eine Verallgemeinerung der in § 1 skizzierten Spinorenrechnung vornehmen. Es sei (in einer Ebene zweier komplexen Veränderlichen, im gewählten Koordinatensystem) γ_{12} die reelle Funktion der Veränderlichen $x^1 \ldots x^4$ mittelst deren das Herauf- und Herunterziehen der Indizes, sowohl der punktierten, als auch der nichtpunktierten definiert wird. Es ist dann nach (14)

$$\left.\begin{aligned} \gamma^{i\dot{2}} = \gamma^{12} = \frac{1}{\gamma_{12}} = \frac{1}{\gamma_{i\dot{2}}} \\ \text{Det.}\ |\gamma_{\lambda\mu}| = \gamma = (\gamma_{12})^2. \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Es seien auch jetzt nur lineare, unimodulare Transformationen zugelassen. γ_{12} transformiert sich dann wie ein Skalar. Die hier angenommene Verallgemeinerung zerstört die in § 1 charakterisierte Darstellung der Lorentzgruppe nicht.

Es soll auch hier dem Spintensor $a_{\dot\lambda\mu}$ der Weltvektor A_s, ähnlich wie in § 1 zugeordnet werden:

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{2}\, a_{i\dot2} &= A_1 + i A_2 \\ \sqrt{2}\, a_{\dot2 i} &= A_1 - i A_2 \\ \sqrt{2}\, a_{\dot2\dot2} &= -A_3 + A_4 \\ \sqrt{2}\, a_{ii} &= A_3 + A_4. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

1) Es darf nur dann $g_{sp} = 0$ vorausgesetzt werden, wenn die Dimensionenanzahl gerade ist, da sonst die Determinante $|\gamma_{\lambda\mu}|$ identisch verschwindet.

Geht man zu den kontravarianten Komponenten über, dann ist:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt{2}\,a^{\dot 2\dot 1} &= -\frac{\sqrt{2}}{\gamma}a_{\dot 1\dot 2} = -\frac{1}{\gamma}(A_1 + iA_2) = A^1 + iA^2\\
\sqrt{2}\,a^{\dot 1\dot 2} &= -\frac{\sqrt{2}}{\gamma}a_{\dot 2\dot 1} = -\frac{1}{\gamma}(A_1 - iA_2) = A^1 - iA^2\\
\sqrt{2}\,a^{\dot 1\dot 1} &= \frac{\sqrt{2}}{\gamma}a_{\dot 2\dot 2} = \frac{1}{\gamma}(-A_3 + A_4) = A^3 + A^4\\
\sqrt{2}\,a^{\dot 2\dot 2} &= \frac{\sqrt{2}}{\gamma}a_{\dot 1\dot 1} = \frac{1}{\gamma}(A_3 + A_4) = -A^3 + A^4\,.
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Man verifiziert auch hier:

$$a^{\dot\lambda\dot\varrho}\,a_{\dot\lambda\dot\varrho} = A_s A^s = g_{sp}A^s A^p = g^{sp}A_s A_p \tag{20}$$

indem man für g_{sp} einsetzt:

$$\left.\begin{aligned}
-g_{44} = g_{11} = g_{22} = g_{33} &= -\gamma\,;\ g_{sp} = 0 \text{ für } s \neq p\\
-g^{44} = g^{11} = g^{22} = g^{33} &= -\frac{1}{\gamma}\,;\ g^{sp} = 0 \text{ für } s \neq p\\
|g_{sp}| = g &= -\gamma^4\,;\ \sqrt{-g} = \gamma^2\,.
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Im allgemeinen Falle ist also die dem Spinorenkontinuum entsprechende Welt nicht vom pseudoeuklidischen, sondern vom Riemannschen Charakter. Man erhält hier eine besonders einfache Riemannsche Geometrie, die durch die Existenz eines Koordinatensystems, in dem das metrische Feld die Form (21) annimmt, ausgezeichnet wird. Die Gleichungen (21) werden durch eine Lorentztransformation nicht zerstört.

§ 5. Man kann leicht zeigen, daß das metrische Feld (21) im allgemeinen Falle nicht wegtransformiert werden kann. Nicht nur die Krümmungstensoren, sondern auch der Krümmungsskalar verschwindet nicht identisch. Es soll jetzt der in den späteren Rechnungen auftretende Krümmungsskalar berechnet werden. Er wird, wie bekannt, auf folgende Weise definiert:

$$\left.\begin{aligned}
R &= g^{ks}R_{ks}\\
R_{lk} &= \frac{\partial}{\partial x^l}\left\{\begin{matrix} s\\ ks\end{matrix}\right\} - \frac{\partial}{\partial x^s}\left\{\begin{matrix} s\\ lk\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} p\\ ls\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix} s\\ pk\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix} s\\ lk\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix} p\\ sp\end{matrix}\right\}\\
\left\{\begin{matrix} s\\ lk\end{matrix}\right\} &= \frac{1}{2}g^{ps}\left(\frac{\partial g_{lp}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{kp}}{\partial x^l} - \frac{\partial g_{lk}}{\partial x^p}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Berechnet man auf Grund dieser Gleichungen den Krümmungsskalar im Falle, wenn das metrische Feld durch (21) gegeben ist, dann findet man:

$$R = 3g^{lk}\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial}{\partial x^l}\left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial\gamma}{\partial x^k}\right). \tag{23}$$

R ist also im allgemeinen Falle von Null verschieden und kann besonders einfach in der Spinorsymbolik ausgedrückt werden. Wir wollen zu diesem Zwecke neben den Operatoren $\partial_{\dot\lambda\mu}$ noch die Symbole $\partial^\mu_{\dot\lambda}$, $\partial^{\dot\lambda\mu}$ einführen. Es sollen nämlich, wie üblich, beim Herauf- und Herunterziehen der Indizes die Relationen bestehen:

$$\partial^\mu_{\dot\lambda} = \gamma^{\mu\nu}\partial_{\dot\lambda\nu}\,;\quad \partial^{\dot\lambda\mu} = \gamma^{\dot\lambda\dot\varrho}\gamma^{\mu\nu}\partial_{\dot\varrho\nu}\,.$$

($\gamma^{\dot\lambda\dot\varrho}$, $\gamma^{\mu\nu}$ stehen immer links vom Operator.) Dann ist z. B.:

$$\partial^{\sigma\dot\nu}\frac{1}{\gamma}\partial_{\sigma\dot\nu} = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\partial^\sigma_{\dot\nu}\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\partial^{\dot\nu}_\sigma = \frac{1}{\gamma}\partial_{\sigma\dot\nu}\partial^{\sigma\dot\nu}.$$

Für den Krümmungsskalar findet man daher den Ausdruck:

$$R = -\frac{3}{\gamma}\partial^\sigma_{\dot\nu}\partial^{\dot\nu}_\sigma\gamma\,.$$

II. Die Diracschen Gleichungen.

§ 1. Es sei I^k der Stromvektor, der dem Erhaltungssatze gehorchen soll. Im Riemannschen Kontinuum ist daher:

$$\frac{\partial\sqrt{-g}\,I^k}{\partial x^k} = 0\,. \tag{24}$$

Wir wollen voraussetzen, daß ein Koordinatensystem existiert, in dem der Fundamentaltensor die einfache Form (21) annimmt[1]), d. h., daß dem Weltvektor I^k der Spintensor $\varkappa^{\dot\lambda\mu}$ zugeordnet wer-

1) Diese Voraussetzung entspricht der in der allgemeinen Relativitätstheorie stets auftretenden ersten Approximation, bei der angenommen wird, daß in $ds^2 = g_{44}c^2dt^2 - d\sigma^2$ nur die Komponente $g_{44}c^2$ von dem entsprechenden euklidischen Werte abweicht.

den kann. Es ist dann:

$$\hat{c}^{\dot{\lambda}}{}_{\mu}\,\gamma^{2}\varkappa^{\dot{\lambda}\mu}=0. \tag{25}$$

Gleichung (24) ist gegenüber beliebigen Transformationen kovariant. Dagegen hat die Gleichung (25) nur in denjenigen Koordinatensystemen einen bestimmten Sinn, in welchen (21) erfüllt ist. Sowohl die Spinorform (25), als auch die Gleichungen (21) bleiben bei einer Lorentztransformation erhalten.

Ist I^{k} ein reeller Vektor, dann muß $\varkappa^{\dot{\lambda}\mu}$ in den Indizes $\dot{\lambda}$ und μ vertauschbar sein. Dieser Bedingung genügt der folgende einfache Ansatz:

$$\varkappa^{\dot{\lambda}\mu}=\psi^{\dot{\lambda}}\psi^{\mu}+\chi^{\dot{\lambda}}\chi^{\mu}, \tag{26}$$

wo durch ψ^{λ} und χ^{μ} die Komponenten zweier Spinoren bezeichnet wurden. Gleichung (25) kann dann in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned}&\gamma\psi^{\varrho}e^{i\beta}\,\hat{c}^{\dot{\alpha}\varrho}\,\gamma\psi^{\dot{\sigma}}e^{-i\beta}+\gamma\chi^{\varrho}e^{-i\beta}\,\hat{c}^{\dot{\alpha}\varrho}\,\gamma\chi^{\dot{\sigma}}e^{i\beta}\\&+\gamma\psi^{\dot{\varrho}}e^{-i\beta}\,\hat{c}^{\dot{\varrho}\alpha}\,\gamma\psi^{\sigma}e^{i\beta}+\gamma\chi^{\dot{\varrho}}e^{i\beta}\,\hat{c}^{\dot{\varrho}\alpha}\,\gamma\chi^{\sigma}e^{-i\beta}=0.\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Der Erhaltungssatz ist daher erfüllt, wenn

$$\left.\begin{aligned}\hat{c}^{\dot{\alpha}\varrho}\,\gamma\psi^{\dot{\sigma}}e^{-i\beta}&=\alpha\gamma\chi_{\varrho}e^{-i\beta}\\\hat{c}^{\dot{\alpha}\varrho}\,\gamma\chi^{\dot{\sigma}}e^{i\beta}&=\alpha\gamma\psi_{\varrho}e^{i\beta}\end{aligned}\right\}. \tag{28a}$$

Die zu (28a) komplex konjugierten Gleichungen sind:

$$\left.\begin{aligned}\hat{c}^{\dot{\alpha}\dot{\varrho}}\,\gamma\psi^{\sigma}e^{i\beta}&=\overline{\alpha}\,\gamma\chi_{\dot{\varrho}}e^{i\beta}\\\hat{c}^{\dot{\alpha}\dot{\varrho}}\,\gamma\chi^{\sigma}e^{-i\beta}&=\overline{\alpha}\,\gamma\psi_{\dot{\varrho}}e^{-i\beta}\end{aligned}\right\}. \tag{28b}$$

Wir wollen zunächst zeigen, daß die Gleichungen (28a) und (28b) eine formale Verallgemeinerung der Diracschen Gleichungen bilden.

Die in (28a) und (28b) auftretenden Ausdrücke β sollen im allgemeinen Falle keine Funktionen im gewöhnlichen Sinne sein. Wir führen nach Dirac[1]) die für die Rechnungen bequemen[2]) und durch die Gleichungen

$$\hat{c}^{\dot{\mu}\lambda}\,e^{i\beta}=\frac{2\pi i}{h}\varphi^{\dot{\mu}\lambda}\,e^{i\beta}$$

definierten „Funktionen β" ein. (Der Spintensor $\varphi^{\dot{\mu}\lambda}$ entspricht dem Vierervektorpotential des fremden, auf das Elektron einwirkenden Feldes.) Man kann mit den „Funktionen β" wie mit gewöhnlichen Funktionen rechnen, wenn man die folgende Ausnahme beachtet: Es gilt nicht

$$\hat{c}^{\dot{\mu}\varrho}\,\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\lambda e^{i\beta}=\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\,\hat{c}^{\dot{\mu}\varrho}\lambda e^{i\beta}.$$

Man findet dagegen leicht durch Ausrechnung die folgende Rechenregel:

$$\hat{c}^{\dot{\varrho}\mu}\,\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\lambda e^{i\beta}-\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\,\hat{c}^{\dot{\varrho}\mu}\lambda e^{i\beta}$$
$$=\frac{2\pi i}{h}\lambda e^{i\beta}(\hat{c}^{\dot{\varrho}\mu}\varphi^{\dot{\alpha}\nu}-\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\varphi^{\dot{\varrho}\mu})=\frac{2\pi i}{h}\lambda e^{i\beta}\Phi^{\dot{\varrho}\mu\dot{\alpha}\nu}. \tag{29}$$

Wird die hier angegebene Definition für β angenommen, dann sind die Gleichungen (28a) und (28b) für

$$\gamma=1;\ \alpha=\frac{\sqrt{2}\,\pi i m c}{h}, \tag{30}$$

mit den Diracschen Gleichungen identisch. Im allgemeinen Falle ($\gamma\neq 1$) bilden diese Gleichungen eine Verallgemeinerung der Diracschen Gleichungen, eine Verallgemeinerung, die dem Übergange zur Riemannschen Weltgeometrie vom speziellen Charakter entspricht.

§ 2. Der Energieimpulstensor der Materiewellen wurde zuerst, wie bekannt, von Tetrode[1]) berechnet. Der von Tetrode gefundene Ausdruck für den Energietensor soll hier, gemäß der Verallgemeinerung, die an den Diracschen Gleichungen vorgenommen wurde, verallgemeinert und in die Spinorform gebracht werden. Es sei $\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\mu}\lambda}$ der dem Welttensor der Energie entsprechende und durch die Gleichung

$$\gamma^{2}\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\mu}\lambda}=\frac{h}{2\pi i}(e^{-i\beta}\gamma\psi^{\dot{\alpha}}\hat{c}^{\dot{\mu}\lambda}\gamma\psi^{\nu}e^{i\beta}+e^{-i\beta}\gamma\chi^{\nu}\hat{c}^{\dot{\mu}\lambda}\gamma\chi^{\dot{\alpha}}e^{\lambda\beta}) \tag{31}$$

definierte Spintensor. Man findet leicht, indem man die Rechenregel (29) beachtet und die Diracschen Gleichungen anwendet, die folgende Gleichung:

$$\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\gamma^{2}\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\mu}\lambda}-\tfrac{1}{2}\gamma(\hat{c}^{\dot{\mu}\lambda}\gamma)\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\alpha}\nu}=\gamma^{2}\varkappa^{\dot{\alpha}\nu}\Phi_{\dot{\alpha}\nu\dot{\mu}\lambda}. \tag{32}$$

Diese Gleichung ergibt für den Fall $\gamma=1$ sogleich die von Tetrode aufgestellten Erhaltungssätze. Ist aber $\gamma\neq 1$, dann tritt in den Erhaltungssätzen das Zusatzglied

$$-\tfrac{1}{2}\gamma(\hat{c}^{\dot{\mu}\lambda}\gamma)\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\alpha}\nu}$$

auf, welches als Faktor die skalare, immer reelle Größe

$$\tau^{\dot{\alpha}\nu}_{\dot{\alpha}\nu}=\frac{h\alpha}{2\pi i}(\chi^{\nu}\psi_{\nu}+\chi^{\dot{\nu}}\psi_{\dot{\nu}}) \tag{33}$$

1) P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc., A, Vol. 133, S. 60 (1931).

2) Man könnte auch selbstverständlich statt mit β zu rechnen, das Vierervektorpotential auf die übliche Weise einführen.

1) H. Tetrode, Zeitschr. f. Phys. **49**, 858, 1928.

enthält. Der Skalar $\tau^{\dot{\sigma}\dot{\nu}}_{\dot{\sigma}\dot{\nu}}$ soll mit der Ruhdichte ϱ_m der Materiewellen identifiziert werden. Die Materieverteilung und die Ladungsverteilung werden im allgemeinen Falle durch verschiedene Funktionen bestimmt.

In der Symbolik der Welttensoren lautet die Gleichung (32):

$$\frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial \gamma^2 T^k_s}{\partial x^k} - \frac{1}{2}\frac{\partial \log \gamma}{\partial x^s} T^k_k = I^k F_{ks}. \quad (34)$$

Der Form in welcher hier die Erhaltungssätze gefunden wurden, können zwei folgende Einwände gemacht werden: a) Gleichung (34) besitzt keine allgemein kovariante Form, sie bildet keine Verallgemeinerung der Divergenz eines Tensors. Dies ersieht man gleich, indem man beachtet, daß der Tensor T_{sk} in den Indizes s und k nicht symmetrisch ist. b) Man ersieht nicht auf welche Weise (34) für $F_{sk} = 0$ auf die Form

$$\frac{\partial \gamma^2 S^k_s}{\partial x^k} = 0 \quad (35)$$

gebracht werden könnte.

Der Einwand a) ist unwesentlich, da (34) gegenüber der Lorentztransformation kovariant ist. Die Diracschen Gleichungen gelten aber nur in Bezugssystemen in denen (21) erfüllt ist; diese Bezugssysteme können immer durch eine Lorentztransformation verbunden werden. Der Einwand b) soll im folgenden § näher besprochen werden.

§ 3. In den Diracschen Gleichungen tritt neben dem Wellenfelde noch das durch die Funktion γ charakterisierte metrische Feld auf. Es muß daher zu (28) eine neue Gleichung, durch die das metrische Feld bestimmt werden könnte, hinzugefügt werden. Man gewinnt den Anschluß an den Ideenkreis der allgemeinen Relativitätstheorie, indem man die zwei skalaren Funktionen, d. h. $T^k_k = T = \varrho_m$ und den Krümmungsskalar R miteinander identifiziert:

$$\boxed{k\varrho_m = kT = -R} \quad . \quad (36)$$

Die Natürlichkeit dieses Ansatzes wird wesentlich durch die folgende Tatsache verstärkt: Wird (36) angenommen, dann bildet zugleich (34) den formalen Ausdruck für die Erhaltung der materiellen Energie und des Impulses. Damit wird auch der im vorigen § formulierte Einwand b) entkräftigt. Die Gleichung (34) kann nämlich geschrieben werden:

$$\frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial \gamma^2 T^s_k}{\partial x^s} + \frac{1}{2k\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial x^k} R = I^s F_{sk}. \quad (37)$$

Man verifiziert:

$$R\gamma = \frac{\partial}{\partial x^s}\left(\frac{\partial L}{\partial \gamma_s}\right) - \frac{\partial L}{\partial \gamma}$$

wenn

$$L = \frac{3}{2} g^{ik}\frac{\partial \gamma}{\partial x^i}\frac{\partial \gamma}{\partial x^k} = \frac{3}{2\gamma}\left[-\left(\frac{\partial \gamma}{\partial x^1}\right)^2 - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x^2}\right)^2 - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x^3}\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x^4}\right)^2\right]$$

$$\gamma_s = \frac{\partial \gamma}{\partial x^s}.$$

Daraus folgt:

$$R\gamma\gamma_k = \frac{\partial}{\partial x^s}\left(\gamma_k \frac{\partial L}{\partial \gamma_s}\right) - \frac{\partial \gamma_k}{\partial x^s}\frac{\partial L}{\partial \gamma_s} - \frac{\partial L}{\partial \gamma}\gamma_k$$
$$= \frac{\partial}{\partial x^s}\left(\gamma_k \frac{\partial L}{\partial \gamma_s} - \delta^s_k L\right).$$

Ist $F_{sk} = 0$, dann kann (37) auf die Form

$$\frac{\partial \gamma^2 S^k_s}{\partial x^k} = 0 \quad (35)$$

gebracht werden. $\gamma^2 S^k_s$ ist durch die Gleichung

$$\gamma^2 S^k_s = \gamma^2 T^k_s + \frac{1}{2k}\gamma_s \frac{\partial L}{\partial \gamma_k} - \frac{1}{2k}\delta^k_s L$$

definiert.

S^k_s ist ein Pseudo-Energie-Impuls-Tensor und verhält sich nur gegenüber der Lorentztransformation wie ein Tensor.

Die physikalische Interpretation der hier erhaltenen Gleichungen soll in § 7 für den Fall des freien Elektrons näher untersucht werden.

§ 4. Von den Diracschen Gleichungen (28) kann man zu den Gleichungen zweiter Ordnung übergehen. Man findet:

$$\left.\begin{aligned} \hat{c}^{\varrho}_{\sigma}\hat{c}^{\dot{\lambda}}_{\dot{\lambda}}\gamma\chi^{\lambda}e^{-i\beta} &= a\bar{a}\gamma\chi^{\varrho}e^{-i\beta} \\ \hat{c}^{\dot{\varrho}}_{\dot{\sigma}}\hat{c}^{\sigma}_{\varrho}\gamma\psi^{\dot{\nu}}e^{-i\beta} &= a\bar{a}\gamma\psi^{\dot{\varrho}}e^{-i\beta}. \end{aligned}\right| \quad (38)$$

Bei Ausführung der in (38) angedeuteten Rechnungen ist außer (29) folgende Rechenregel zu beachten:

$$\left.\begin{aligned} a^{\varrho\dot{\sigma}}a_{\nu\dot{\sigma}}\lambda^{\nu} &= \frac{1}{2}a^{\nu\dot{\sigma}}a_{\nu\dot{\sigma}}\lambda^{\varrho} \\ \partial^{\varrho\dot{\sigma}}\partial_{\nu\dot{\sigma}}\lambda^{\nu} &= \frac{1}{2}\partial^{\nu\dot{\sigma}}\partial_{\nu\dot{\sigma}}\lambda^{\varrho}. \end{aligned}\right| \quad (39)$$

Sie gilt für die Operatoren ∂, wenn dieselben in bezug auf die Funktionen λ vertauschbar sind.

Die Ausrechnung ergibt dann:

$$\left.\begin{aligned} -2a\bar{a}\gamma\chi^{\varrho}e^{-i\beta} &= \gamma\hat{c}^{\alpha\dot{\nu}}\hat{c}_{\alpha\dot{\nu}}\chi^{\varrho}e^{-i\beta}+\frac{2\pi i}{h}\gamma\Phi^{\dot{\varrho}}{}_{\dot{\alpha}\dot{\lambda}}\chi^{\dot{\lambda}}e^{-i\beta}\\ &\quad-(\hat{c}^{\varrho}_{\alpha}\gamma)\,(\hat{c}^{\alpha}_{\dot{\lambda}}\chi^{\dot{\lambda}}e^{-i\beta})+\gamma\frac{R}{3}\chi^{\varrho}e^{-i\beta}\\ -2a\bar{a}\gamma\psi^{\dot{\varrho}}e^{-i\beta} &= \gamma\hat{c}^{\dot{\alpha}\nu}\hat{c}_{\dot{\alpha}\nu}\psi^{\dot{\varrho}}e^{-i\beta}+\frac{2\pi i}{h}\gamma\Phi^{\dot{\varrho}}{}_{\dot{\alpha}\dot{\lambda}}\psi^{\dot{\lambda}}e^{-i\beta}\\ &\quad-(\hat{c}^{\dot{\varrho}}_{\dot{\alpha}}\gamma)\,(\hat{c}^{\dot{\alpha}}_{\dot{\lambda}}\psi^{\dot{\lambda}}e^{-i\beta})+\gamma\frac{R}{3}\psi^{\dot{\varrho}}e^{-i\beta}. \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Man ersieht, daß hier außer den Ausdrücken, welche den in der Gordon-Kleinschen auftretenden Ausdrücken entsprechen, und außer der Spinkorrektion noch die mit der Existenz des metrischen Feldes zusammenhängenden Ausdrücke auftreten. Im letzten Glied der Gleichungen (40) tritt der Krümmungsskalar des Riemannschen Kontinuums auf. Die durch die Existenz des metrischen Feldes verursachten Korrektionsglieder, sollen im allgemeinen klein im Vergleiche mit dem Spinglied sein. Der Einfluß des metrischen Feldes auf das Wellenfeld würde sich daher nur im Falle freier Elektronen äußern können. Dieser Fall soll im folgenden näher untersucht werden.

§ 5. Im Falle des kräftefreien Elektrons nehmen die Gleichungen (28) die folgende einfache Form an:

$$\left.\begin{aligned} \hat{c}_{\alpha\dot{\varrho}}\gamma\psi^{\dot{\alpha}} &= a\gamma\chi_{\varrho};\ \hat{c}_{\alpha\dot{\varrho}}\gamma\psi^{\alpha} = \bar{a}\gamma\chi_{\dot{\varrho}}\\ \hat{c}^{\dot{\alpha}}{}_{\varrho}\gamma\chi^{\dot{\alpha}} &= a\gamma\psi_{\varrho};\ \hat{c}_{\alpha\dot{\varrho}}\gamma\chi^{\alpha} = \bar{a}\gamma\psi^{\dot{\varrho}}_{\dot{\varrho}} \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$a=\frac{\sqrt{2\pi i}mc}{h}.$$

Es sei zunächst $\gamma=1$ vorausgesetzt. Die Gleichungen (40) können dann geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} -2a\bar{a}\chi^{\varrho} &= \hat{c}^{\dot{\alpha}\mu}\hat{c}_{\dot{\alpha}\mu}\chi^{\dot{\varrho}}\\ -2a\bar{a}\psi^{\dot{\varrho}} &= \hat{c}^{\dot{\alpha}\mu}\hat{c}_{\dot{\alpha}\mu}\psi^{\varrho} \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

oder, indem man zur vierdimensionalen Welt übergeht:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\chi^{\varrho}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\chi^{\varrho}}{\partial t^2} &= \frac{4\pi^2}{c^2}\nu_0^2\\ \Delta\psi^{\dot{\varrho}}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi^{\dot{\varrho}}}{\partial t^2} &= \frac{4\pi^2}{c^2}\nu_0^2\\ \nu_0 &= \frac{m_0c^2}{h}. \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

Es wird, wie stets in der Quantenmechanik, nur nach solchen Lösungen gesucht, welche die Bedingung der Endlichkeit, Eindeutigkeit und Stetigkeit erfüllen. Setzt man:

$$\left.\begin{aligned} \chi^{\varrho} &= \beta^{\varrho}e^{2\pi i\nu t}\\ \psi^{\dot{\varrho}} &= \alpha^{\dot{\varrho}}e^{2\pi i\nu t} \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

wo die Frequenz ν mit der Energie des Elektrons durch die Beziehung

$$\nu=\frac{E}{h}$$

zusammenhängt, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\beta^{\varrho} &= \frac{4\pi^2}{c^2}(\nu_0^2-\nu^2)\beta^{\varrho}\\ \Delta\alpha^{\dot{\varrho}} &= \frac{4\pi^2}{c^2}(\nu_0^2-\nu^2)\alpha^{\dot{\varrho}}. \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Sollen diese Gleichungen überall endliche und eindeutige Lösungen besitzen, so muß folgende Ungleichung gelten:

$$\nu\geqslant\nu_0.$$

Die kleinste Frequenz, d. h. $\nu=\nu_0$ entspricht dem Grenzfalle der kleinsten Energie, d. h. den im gewählten Koordinatensystem ruhenden Elektronen. Da aber die Gleichungen (43) in bezug auf die Lorentztransformation kovariant sind, so genügt es den einfachsten Fall der ruhenden Elektronen zu betrachten. Man kann dann immer durch eine Lorentztransformation zu dem allgemeinen Falle $\nu>\nu_0$, welcher den mit konstanter Geschwindigkeit sich bewegenden Elektronen entspricht, übergehen. Wir beschränken im folgenden unsere Betrachtungen auf den speziellen und in allen Experimenten über Elektronenbeugung realisierten Fall der mit gleichmäßiger Geschwindigkeit v sich bewegenden Elektronen, wobei v für alle Elektronen gleich ist. Das den Elektronenstrom begleitende Wellenfeld soll zunächst in dem Koordinatensystem beschrieben werden, in welchem die Elektronen ruhen, d. h. in dem $\nu=\nu_0$ ist. Die Gleichungen (45) nehmen dann folgende Form an:

$$\Delta\beta^{\varrho}=0;\ \Delta\alpha^{\dot{\varrho}}=0. \tag{46}$$

Die einzige Lösung dieser Gleichung, die den formulierten Bedingungen (Endlichkeit usw.) genügt, ist

$$\alpha^{\dot{\varrho}}=\text{const};\ \beta^{\varrho}=\text{const}.$$

Daraus folgt:

$$\chi^{\varrho}=\beta^{\varrho}e^{2\pi i\nu_0 t};\ \psi^{\dot{\varrho}}=\alpha^{\dot{\varrho}}e^{2\pi i\nu_0 t}. \tag{47}$$

Die Spinoren $\alpha^{\dot\varrho}$, $\beta^{\dot\varrho}$ dürfen nicht beliebig gewählt werden. Soll (47) eine partikuläre Lösung der Gleichung (41) für $\gamma = 1$ bilden, dann muß die Bedingung

$$a^{\dot 1} = \beta_1 ; \quad a^{\dot 2} = \beta_2 \tag{48}$$

erfüllt sein.

Bezeichnet man mit ϱ_e die elektrische, mit ϱ_m die Massendichte, dann ist in diesem Falle:

$$T = \varrho_m \sim a^{\dot 1} a^{\dot 1} + a^{\dot 2} a^{\dot 2} \sim \varrho_e = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varkappa^{1\dot 1} + \varkappa^{2\dot 2}). \tag{49}$$

§ 6. Existiert das metrische Feld, dann sind die Gleichungen für das freie Elektron von denen, die dem pseudoeuklidischen Kontinuum entsprechen, verschieden. Es soll auch hier vorausgesetzt werden (ähnlich wie im vorigen §), daß die Elektronen im gewählten Bezugssystem „ruhen", d. h., daß v den kleinst möglichen Wert annimmt; man kann dann immer durch eine Lorentztransformation zu dem uns hier interessierenden Falle gleichmäßig bewegter Elektronen übergehen. Wir wollen voraussetzen: 1. Das metrische Feld ist im gewählten Koordinatensystem statisch, d. h.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x^4} = 0 . \tag{50}$$

2. Die Größen

$$\gamma - 1 = \varepsilon ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^i} ; \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^{i2}} ; \frac{\partial \psi^{\dot\varrho}}{\partial x^i} ; \frac{\partial \chi^{\varrho}}{\partial x^i} ; i = 1,2,3 \tag{51}$$

verschwinden im gewählten Bezugssystem, wenn $\gamma = 1$ ist. Wir dürfen daher voraussetzen, daß sie für $\gamma \neq 1$ klein sind, so daß die Produkte dieser Größen vernachläßigt werden können. Die Gleichungen (40) nehmen dann folgende Form an:

$$\left.\begin{aligned} -2a\bar a \chi^{\varrho} &= -\Delta\chi^{\varrho} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \chi^{\varrho}}{\partial t^2} + \frac{R}{3}\chi^{\varrho} \\ -2a\bar a \psi^{\dot\varrho} &= -\Delta\psi^{\dot\varrho} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi^{\dot\varrho}}{\partial t^2} + \frac{R}{3}\psi^{\dot\varrho} . \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

Soll bei jedem

$$-\frac{R}{k} = T = \varrho_m \geqslant 0$$

auch jetzt eine überall endliche Lösung existieren, dann müssen die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

$$\boxed{k \geqslant 0 ; \; v \geqslant v_0} \tag{53}$$

Man erhält daher:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\beta^{\varrho} &= -\frac{1}{3} k T \beta^{\varrho} ; \quad \Delta\alpha^{\dot\varrho} = -\frac{1}{3} k T \alpha^{\dot\varrho} \\ \chi^{\varrho} &= \beta^{\varrho} e^{2\pi i \nu_0 t} ; \qquad \psi^{\dot\varrho} = \alpha^{\dot\varrho} e^{2\pi i \nu_0 t} . \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

Das in (52) auftretende Störungsglied $\frac{R}{3}\chi^{\varrho}, \frac{R}{3}\psi^{\dot\varrho}$, wodurch sich die Gleichungen (52) von (43) unterscheiden, muß, wie aus den hier formulierten Voraussetzungen folgt, klein im Vergleiche mit $a\bar a$ sein. Setzt man $k = 0$, so erhält man aus (52) die Gleichung (43) des vorigen §.

§ 7. Es wurde in (53) der Schluß gezogen, daß der konstante Faktor nicht negativ sein kann. Diese Tatsache hängt mit der physikalischen Interpretation der Gleichung (36) des metrischen Feldes zusammen. (36) ist nämlich bis auf den konstanten Faktor k mit derjenigen Gleichung, die aus den Gravitationsgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie gefolgert werden kann, identisch. In den Gravitationsgleichungen ist aber der konstante Faktor negativ, da sich die Gravitationsmassen gegenseitig anziehen. Er würde positiv sein, wenn statt der Anziehung Abstoßung aufträte. Die hier entwickelte Verallgemeinerung stellt daher einen Versuch dar, den Einfluß des eigenen elektrostatischen Feldes des Elektrons vermittelst des metrischen Feldes zu beschreiben. In der Tat ersieht man, daß die Gleichung (36) in erster Annäherung, unter den im vorigen § formulierten Voraussetzungen, die folgende Form annimmt:

$$\Delta\gamma = \frac{k}{3}\varrho_m . \tag{55}$$

Die Poissonsche Gleichung, welche man also auf diesem Wege erhält, erlaubt $-\gamma$ (in entsprechenden Einheiten) mit dem elektrostatischen Potential des Elektrons zu identifizieren.

Die hier angegebene Interpretation tritt noch klarer hervor, wenn man den vom metrischen Felde gelieferten Beitrag zum Energie-Impuls-Tensor berechnet. Es ist nämlich:

$$S_1^1 = T_1^1 + \frac{3}{4k\gamma^3}\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial x^1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial x^3}\right)^2\right] . \tag{56}$$

Der neben der Energiedichte der Materie auftretende Ausdruck bildet eine formale Analogie zu demjenigen Ausdruck, durch welchen die elektrostatische Energiedichte des Elektrons bestimmt wird. Die Erhaltungssätze gelten nur für die Summe beider Ausdrücke. Die Berechnung der anderen Komponenten des Pseudo-Energie-Impuls-Tensors S_i^k würde dann neben den Komponenten des Materietensors Ausdrücke, die den Maxwellschen Spannungen im elektrostatischen Felde analog sind ergeben.

Der hier entwickelte Versuch weist darauf hin, daß die verallgemeinerten Diracschen Gleichungen, im Sinne einer reinen Feldtheorie interpretiert, die quantenmechanischen mit denjenigen klassischen Be-

griffen, durch die das elektrostatistische Feld beschrieben wird, vereinigen.

§ 8. Die hier für das freie Elektron gewonnenen Gleichungen (54) sind nicht neu. Ich bin nämlich in der Arbeit[1]) „Über die Struktur der Elektronenwelle", von den Dirac-Lanczosschen Gleichungen im Falle freier Elektronen ausgehend, zu den Gleichungen von der Form (54) gelangt. Die sich aus (54) ergebenden Schlüsse sind in der zitierten Arbeit enthalten und mögen daher hier nur kurz zusammengefaßt werden:

1. Die Berücksichtigung des metrischen Feldes ergibt für das freie Elektron eine kugelsymmetrische Lösung, aus der die Existenz eines Dichtemaximums und ein mit wachsendem r erfolgender Abfall der Dichte entnommen werden kann.

2. Das metrische Feld ändert die Struktur der de Broglie Welle. Die den gleichmäßig bewegten Elektronen entsprechende Materiewelle weist eine Gruppenstruktur auf, wobei die Gruppengeschwindigkeit der Elektronengeschwindigkeit gleich wird. Die Gruppendimensionen Δz sind sowohl von der Elektronengeschwindigkeit v, als auch von der Stromdichte j abhängig.

$$\Delta z \sim \sqrt{\frac{v}{j}}$$

Diese aus den Gleichungen (54) gefolgerte Gruppenstruktur müßte sich in der Abhängigkeit der Linienverbreiterung von der Elektronengeschwindigkeit und der Stromdichte äußern. Die aus den experimentellen Arbeiten von Schöbitz, Davisson und Germer, Tartakowsky, Rupp entnommenen experimentellen Daten scheinen mit den theoretischen Folgerungen im Einklange zu sein. Speziell angestellte Experimente könnten über das Zutreffen der angegebenen Schlüsse entscheiden.

3. Aus den experimentellen Angaben über die Linienverbreiterung können die Gruppendimensionen berechnet werden. Ihre Größenordnung beträgt in den genannten Experimenten 10^{-7} cm. Es folgt daraus, daß der das Wellenfeld modifizierende metrische Faktor verhältnismäßig klein ist. Es ist nämlich:

$$\frac{k\varrho_m}{a\,a} \sim 10^{-6}.$$

Anmerkung bei der Korrektur: Ich möchte bemerken, daß inzwischen eine Arbeit von E. Schrödinger (Diracsches Elektron im Schwerfeld I, Berl. Ber. 1932, S. 105, ausgegeben am 30. April 1932) erschienen ist. Schrödinger leitet dort eine den Gl. (40) ganz analoge Gl. ab ((74) bei Schrödinger). Es wird jedoch in der genannten Arbeit die physikalische Interpretation dieser Gleichung nicht angegeben.

Lemberg, Inst. für theoretische Physik der Universität.

(Eingegangen 18. April 1932.)

[1]) L. Infeld, Bull. Int. Ac. Pol. 1931, p. 201. Vgl. Gl. (48) S. 215.

Beeinflussung des Minimumpotentials durch Salze.

Von Wilhelm Gräwe.

§ 1.

Von G. C. Schmidt[1]) ist nachgewiesen, daß zahlreiche Salze bei verhältnismäßig niedriger Temperatur positive Ionen emittieren; nur von einzelnen Salzen werden negative Ionen ausgesandt. Dieses verschiedene Verhalten hängt mit der Beweglichkeit der Ionen zusammen, und zwar gilt hierfür das dritte Schmidtsche Gesetz[1]): diejenigen Salze, bei denen nur die positiven Ionen bzw. nur die negativen Ionen wandern, senden ausschließlich bei dieser Temperatur positive bzw. negative Ionen aus. Überwiegt bei der Elektrolyse die Wanderungsgeschwindigkeit des einen Ions, so werden überwiegend die schneller wandernden Ionen bei dieser Temperatur emittiert. Um diese Erscheinung zu erklären, nimmt G. C. Schmidt an, daß die Salze in ähnlicher Weise wie das bei den Kadmiumsalzen in wässeriger, alkoholischer usw. Lösung schon lange bekannt ist, in ein komplexes Ion von geringer Wanderungsgeschwindigkeit und daher auch von kleiner Emissionsfähigkeit und das leicht bewegliche und leicht emittierbare Metallion zerfallen, z. B. beim Kadmiumjodid in $Cd_{n-1}J_{2n}$ — und in $Cd+$. Die große Masse des negativen Ions ist also die Ursache, weswegen es nur schwer wandert und ausgesandt wird.

Weil nun das positive Ion aus dem Salz leichter austritt als aus dem Metall — das Metall sendet bei Temperaturen, bei denen das Salz bereits emittiert, nichts aus — muß die Austrittsarbeit bei dem Salz verhältnismäßig klein sein, d. h. das positive Ion wird von der negativen Ladung des Salzes nur schwach angezogen. Es muß daher auch umgekehrt die Anziehung der negativen Ladungen nur klein sein, d. h. auch die Austrittsarbeit für die negativen Träger muß klein sein. Daß diese trotzdem nicht emittiert werden, rührt

[1]) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. **75**, 360, 1924.

ausschließlich von ihrer großen Masse her. Wenn wir aber dafür sorgen, daß Elektronen in dem Salz entstehen, so muß nach dem Vorhergehenden auch für diese die Austrittsarbeit klein sein; sie müssen also leichter aus dem Salz als aus dem Metall emittiert werden. Prüfen ließe sich diese Folgerung durch Vergleich des lichtelektrischen Verhaltens der Salze und Metalle. Aber aus den Untersuchungen von J. Werner[1]), H. Erbel[2]) und J. Klaphecke[3]) geht hervor, daß die lichtelektrische Empfindlichkeit der Salze hauptsächlich von dem Gehalt an Fremdkörpern abhängt, d. h. daß die Elektronen aus den Lockerstellen austreten. Ebenso ist bekannt, daß die lichtelektrische Empfindlichkeit der Metalle im höchsten Maße von dem Gehalt an Fremdgasen abhängt. Ein Vergleich zwischen den Metallen und Salzen ist daher vorläufig nicht durchzuführen. Ich habe einen anderen Weg eingeschlagen, nämlich die Untersuchung des Minimumpotentials bei der Entladung. Dieser Vorgang ist weitgehend aufgeklärt: indem ein positives Ion auf die Kathode fliegt, werden dort Elektronen ausgelöst, welche durch Stoßionisation die Gasmoleküle ionisieren und so die Entladung lawinenartig ansteigen lassen. Ist die oben entwickelte Anschauung richtig, so müssen Salze das Minimumpotential herabsetzen.

Einzelne hierhin gehörige Beobachtungen sind bereits gemacht, aber eine Erklärung ist, soviel ich weiß, bisher nicht gegeben worden. So fand E. Dubois[4]) bei seinen Untersuchungen, die er nur mit Chloriden anstellte, daß Spuren von Salzen auf der Kathode das Minimumpotential erheblich erniedrigen. A. Güntherschulze[5]) stellte durch verunreinigende Zusätze zum Kathodenmetall eine große Beeinflussung des Kathodenfalls fest. Die vorliegende Arbeit, welche den wesentlichen Inhalt meiner von der philos. und naturw. Fakultät der Universität Münster angenommenen Dissertation enthält, soll die Verhältnisse auf Grund der oben gegebenen Theorie klären.

§ 2.

Für die Versuche wurden zwei verschiedene Apparate benutzt, der erste für Versuche bei Atmosphärendruck war dem von Oberbeck[6]) angegebenen nachgebildet. Bei diesem wurde einem auf ein bestimmtes Potential geladenen Draht ein zur Erde abgeleiteter Leiter so weit genähert, daß die Elektrizität überging. Die Entfernung und das Potential ergaben dann die Minimumspannung. Der Draht ist zwischen zwei schmalen Streifen von Kupferblech ausgespannt, welche an einer Hartgummiplatte befestigt sind. Der geerdete Leiter ist mit Hilfe einer Bernsteinisolation auf einer Teilmaschine derart angebracht, daß er durch die Mikrometerschraube derselben verschoben und bis auf

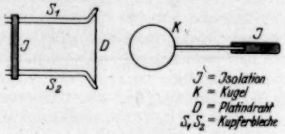

Fig. 1.

hundertstel Millimeter genau eingestellt werden kann. Die ganze Anordnung ist aus vorstehender Figur zu ersehen. Als isolierter Leiter dient hier eine Messingkugel K, welche dem Platindraht D gegenübersteht.

Da bei Entladungsvorgängen nur Anfangsspannungen rekapitulierbare Werte ergeben, wurde stets das erste Zucken des Zeigers am Elektrometer beobachtet.

Bei dem zweiten Apparat waren Draht und Kondensator fest montiert; nach der Ladung wurde langsam evakuiert und der Druck und das Potential bei der Anfangsentladung gemessen. In einem ungefähr 30 cm langen Glasrohr R ist durch eine seitliche Öffnung ein Messingzylinder

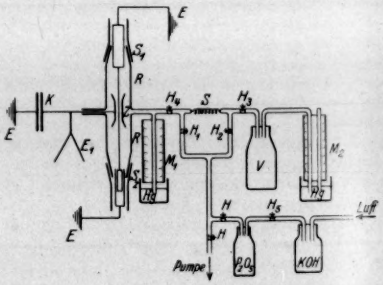

Fig. 2.

Z eingekittet, dessen lichte Weite 2 cm und Länge 3,5 cm beträgt. In der Achse des Zylinders ist ein Platinfaden von 0,1 mm Dicke eingespannt. Sein oberes Ende ist befestigt an einem Metallstäbchen, das in dem Schliff S, eingekittet ist.

Am unteren Ende hängt, um den Faden zu spannen, ein zylindrischer Eisenkern, der fast reibungslos in einem Rohr aus Eisen gleitet, das den unteren Schliff S_2 dicht abschließt. Mit dem

1) J. Werner, Zeitschr. f. Phys. **57**, 192, 1929.
2) H. Erbel, Zeitschr. f. Phys. **66**, 59, 1930.
3) J. Klaphecke, Zeitschr. f. Phys. **67**, 478, 1931.
4) E. Dubois, Ann. d. phys. **20**, 113, 1923.
5) A. Güntherschulze, Zeitschr. f. Phys. **39**, 491, 1926.
6) A. Oberbeck, Ann. d. Phys. u. Chemie **60**, 198, 1897.

Messingzylinder ist ein Kondensator K verbunden. Seine Spannung wird an einem Braunschen Elektrometer E_1 abgelesen. M_1 ist ein in Quecksilber stehendes Rohr, das dazu dient, den Druck in dem Rohr R abzulesen. Mit Hilfe des Manometers M_2 kann der Druck in der als Druckausgleich dienenden Flasche V gemessen werden. In dieser Flasche ist der Druck stets kleiner als in R. Mit Hilfe einer spiralförmig gebogenen Kapillare S erzielt man eine langsame Evakuierung des Glasrohres R. Eine Trockenflasche mit P_2O_5 beseitigt die Feuchtigkeit in der Apparatur. Eine andere mit KOH gefüllte Flasche entzieht der eingeleiteten Luft CO_2.

Die Zuleitungsdrähte waren kurz und nicht mit Isolationsmaterial versehen. Damit keine Influenzwirkung auftrat, waren alle Metalle und Dielektrika weit entfernt. Ebenso war die Influenzmaschine von dem Glasrohr R so weit entfernt, daß ihr Glimmlicht die Entladungsstrecke nicht beeinflussen konnte. Elektrometer, Kondensator und Messingzylinder waren gut isoliert, so daß sie innerhalb mehrerer Minuten keinen Spannungsabfall zeigten. Die Reinigung des Platinfadens geschah der Reihe nach in reiner Salpetersäure, destilliertem Wasser, reinem Alkohol und durch elektrisches Ausglühen. Feuchtigkeit an den Apparaten wurde mit einem Fön beseitigt. Die Versuche wurden in Stickstoff und in kohlensäurefreier Luft durchgeführt, und zwar bei verschiedenen Temperaturen. Zu dem Zweck wurde der Draht elektrisch geheizt; aus dem Spannungsabfall und der Stromstärke konnte man in bekannter Weise den Widerstand bestimmen und damit die Temperatur berechnen.

§ 3.

Um die Salze auf den Draht zu bringen, wurden dieselben („purissima" von Merck und Kahlbaum) in destilliertem Wasser gelöst und dann durch diese Lösung der Platinfaden gezogen. Diese Salzlösung wurde darauf mittels elektrischer Erwärmung getrocknet.

Mit Hilfe einer Ölkapselpumpe wurde bei geschlossenen Hähnen H_5, H_1, H_4, die Druckausgleichsflasche V zuerst stark evakuiert. M_2 zeigt den Druck darin an. Dann werden die Hähne H_3 und H_2 geschlossen. Mit der Influenzmaschine wird der Kondensator K und damit der Messingzylinder geladen. Jetzt werden die Hähne H_3 und H_4 geöffnet. Dadurch evakuiert sich das Glasrohr R sehr langsam durch die enge Kapillare. Sobald das erste Zucken des Zeigers am Elektrometer beginnt, wird der Hahn H_4 geschlossen und Potential und Druck abgelesen. Dann wird Hahn H_4 geöffnet und das nächste Zucken des Zeigers beobachtet und das entsprechende Potential und der dazugehörige Druck wieder abgelesen.

Mit Hilfe dieses Verfahrens wurden stets rekapitulierbare Werte erhalten, und zwar war es ganz gleich, ob der Draht positiv oder negativ geladen war, vorausgesetzt, daß der Draht absolut rein war (vgl. Tab. I).

Tabelle I.

Druck in mm Hg p	Draht + V	Draht − V
450	3120	3110
400	2970	2980
350	2730	2715
300	2500	2490
250	2280	2280
200	2025	2020
150	1770	1775
100	1475	1465
75	1350	1340
50	1210	1215
25	1000	990

§ 4.

Nachdem ich mich so überzeugt hatte, daß die Apparatur einwandfrei war, ging ich zu den Messungen mit Salzen über. Ich nehme folgendes Ergebnis voraus: Bei positiver Ladung des Drahtes wird das Potential durch das Salz nicht geändert. Aus den nachfolgenden Tabellen und Kurven, welche das Minimumpotential bei positiver und negativer Ladung wiedergeben, kann man somit direkt die Änderung entnehmen, welche das Salz bei negativer Ladung bewirkt, da nach dem Vorhergehenden die Potentialwerte des reinen Metalls unabhängig von dem Vorzeichen der Ladung sind.

Von den vielen Messungen, die ich durchgeführt habe, gebe ich nur einige wieder.

Tabelle II.

$NaCl$.

p	$V(+)$	$V(-)$
425	3075	3030
379	2925	2830
340	2660	2520
275	2390	2220
230	2160	1980
192	1985	1760
150	1780	1520
110	1540	1275
68	1275	980
25	1020	680

Tabelle III.

KCl.

p	$V(+)$	$V(-)$
410	3000	2980
365	2750	2700
310	2540	2450
263	2325	2185
208	2080	1910
155	1790	1610
100	1480	1210
52	1200	870
25	990	695

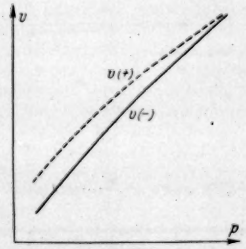

Fig. 3.

Tabelle IV.

NaCl[1]).

p	$V(+)$	$V(-)$ 42°	$V(-)$ 116°	$V(-)$ 185°
450	3100	3075	3000	2775
390	2850	2800	2740	2550
335	2626	2500	2465	2310
275	2390	2250	2175	2025
225	2175	2000	1870	1725
180	1960	1725	1625	1430
110	1560	1300	1125	980
75	1350	1060	900	760
25	980	710	550	430

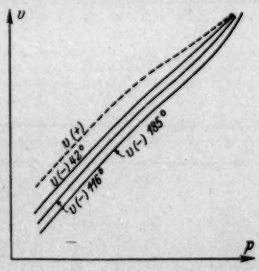

Fig. 4.

1) Bei positiver Ladung wurde das Potential bei Erhöhung der Temperatur nicht geändert.

Tabelle V.

KCl.

p	$V(+)$	$V(-)$ 50°	$V(-)$ 150°	$V(-)$ 190°
450	3120	3050	2840	2670
405	2925	2700	2660	2440
375	2810	2590	2430	2350
318	2550	2325	2110	2075
282	2425	2175	2010	1940
225	2150	1930	1725	1650
175	1900	1610	1440	1370
123	1620	1300	1125	1060
80	1350	1050	830	755
20	930	675	560	460

Mit dem Oberbeckschen Apparat stellte ich bei 760 mm *Hg* ebenfalls eine Herabsetzung des Minimumpotentials fest. Ich verzichte darauf, die erhaltenen Werte in Tabellen wiederzugeben, weil ich diese Herabsetzung bei allen Salzen fand, die ich verwandte.

§ 5.

Aus diesen Versuchen ergibt sich:

1. *NaCl* und *KCl* ändern das Entladungspotential bei positiver Ladung nicht.

2. Bei negativer Ladung setzen diese Salze das Entladungspotential bei allen Drucken herab. Dies Ergebnis ist für kleine Drucke bereits von Dubois gefunden worden.

3. Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Steigerung der Abnahme. Diese ist prozentisch am größten bei niederen Drucken und kann bis 100 Proz. gehen (z. B. bei 190° und 20 mm Hg bei *KCl* von 930 Volt bis 460 Volt).

Weitere quantitative Ergebnisse möchte ich aus meinen Messungen nicht ziehen, denn das Entladungspotential hängt von der Menge des auf den Draht gebrachten Salzes ab, ist daher zufällig. Dies beweisen die folgenden Versuche. Ich brachte zunächst nur ganz geringe Spuren von *NaCl* auf den vorher gereinigten Draht. Es ergab sich eine Herabsetzung bis 150 Volt. Dann brachte ich etwas mehr Salz auf den Draht, dadurch, daß ich ihn noch einmal durch die Salzlösung zog. Nachdem ich die Feuchtigkeit beseitigt hatte, betrug beim Versuch die Herabsetzung bis zu 300 Volt. Bei nochmaliger Beladung zeigte sich die gleiche Wirkung, allerdings schon schwächer. Der größte Unterschied betrug 325 Volt. Als ich darauf zum 3. Male noch etwas Salz hinzufügte, stieg das Potential bei höheren Drucken (siehe Tabelle VI). Während die Unterschiede bei niedrigen Drucken

sich nicht mehr verändert hatten, waren sie bei höheren Drucken zurückgegangen und schließlich ganz beseitigt. Dieselbe Erscheinung beobachtete ich auch bei anderen Salzen. Hiernach ist also die Herabsetzung von $V(-)$ von der Menge des auf den Faden gebrachten Salzes abhängig. Offenbar rührt die hier beschriebene Erscheinung von der schlechten Leitfähigkeit der Salze her. Um von dieser unabhängig zu sein, habe ich stets nur ganz geringe Mengen des Salzes auf den Draht gebracht. Daß schon geringe Spuren eines Salzes wirksam sind, zeigt auch noch folgende Beobachtung: War der Faden nicht genügend gereinigt worden, so fand ich eine kleine Differenz zwischen $V(+)$ und $V(-)$, und zwar besonders ausgeprägt bei niedrigen Drucken. Das hatte seine Ursache in der nicht völlig gelungenen Reinigung des Fadens; denn nach einer unmittelbar darauf vorgenommenen gründlichen Reinigung waren auch diese Unterschiede völlig beseitigt.

Tabelle VI.

Na Cl.

p	$V(+)$	$V(-)_1$	$V(-)_2$	$V(-)_3$	$V(-)_4$
425	3030	3020	3010	2980	3025
385	2900	2895	2840	2775	2890
325	2580	2550	2480	2440	2525
250	2250	2175	2120	2070	2060
202	2035	1950	1860	1820	1810
158	1800	1725	1650	1575	1570
118	1575	1500	1425	1350	1345
90	1410	1340	1230	1160	1150
50	1180	1080	975	900	905
20	975	840	740	640	650

$V(-)_1$: sehr wenig Salz,
$V(-)_2$: erste Zusetzung,
$V(-)_3$: zweite Zusetzung,
$V(-)_4$: dritte Zusetzung.

Untersucht wurden die folgenden Salze:

1. Halogensalze: *Li Cl, Na Cl, K Cl, Rb Cl*$_2$, *Ca Cl*$_2$, *Ba Cl*$_2$, *Th Cl*$_4$, *Hg Cl*$_2$, *Cd Cl*$_2$, *Cu Cl*$_2$, *Mg Cl*$_2$, *Na Br, K Br, Na J, K J, Cd J*$_2$, *Na Fl.*
2. Nitrate: *Ca* $(NO_3)_2$, *Na* (NO_3), *Cu* $(NO_3)_2$.
3. Sulfate: *Na*$_2$ (SO_4), *Cd* (SO_4), *Al*$_2$ $(SO_4)_3$, *Cu* (SO_4).
4. Karbonate: *Li*$_2$ (CO_3), *Na*$_2$ (CO_3).
5. Borate: *Na*$_2$ (B_4O_7).
6. Phosphate: *Na*$_3$ (PO_4).
7. Chromate: *Na*$_2$ (CrO_4).
8. Hydroxyde: *Na* (OH), *Ca* $(OH)_2$, *Ba* $(OH)_2$
9. Salze organischer Säuren: Essigsaures Natrium und Kalzium, weinsaures Kalzium.

Alle diese Salze (negativ geladen), setzten das Entladungspotential mit Ausnahme von *Cd J*$_2$ und *Hg Cl*$_2$ herab; es rührt dies sicher daher, daß die letzteren zu schnell verdampfen.

Von besonderem Interesse waren Versuche mit Borsäure und Phosphorsäure. Bei diesen Säuren konnte ich keine Unterschiede zwischen $V(+)$ und $V(-)$ feststellen. Diese Säuren sandten auch, nach dem Schmidtschen[1]) Verfahren untersucht, bis zum Schmelzpunkt keine Ladungen aus. Aber schon eine Zusetzung von 2 Proz. Natrium zur Borsäure zeigte die üblichen Unterschiede, die allerdings nicht ganz so groß waren, wie bei den anderen Salzen, was auf den geringen Prozentsatz an Natrium zurückzuführen ist. Es ergibt sich hieraus, daß den Salzen und nicht den Säuren die Eigenschaft zukommt, das Minimumpotential herabzusetzen. Die Elektronen, welche aus dem Salz austreten, stammen somit aus dem Metallion und nicht aus dem Säurerest.

Versuche mit erhitztem Platindraht wurden mit *Rb Cl*$_2$, *Na Cl, K Cl, Na Br, Na J, Na Fl,* *Na*$_2$ (CO_3), *Na*$_2$ (SO_4), *Na* (NO_3), *Na*$_3$ (PO_4), *Na*$_2$ (CrO_4) zwischen 20° bis 190° C gemacht. Je höher die Temperatur um so stärker wurde das Potential bei negativer Ladung des Salzes herabgesetzt. Bei positiver Ladung blieb es unverändert. Da die Salze bei hoher Temperatur $V(-)$ bedeutend herabsetzen, muß man während des Versuches die Temperatur möglichst konstant halten. Temperaturänderungen haben nämlich einen großen Einfluß auf $V(-)$, was sich in einer unregelmäßig verlaufenden Kurve zeigt. Die Stärke der Herabsetzung betrug bei 180° Fadentemperatur bis zu 500 Volt. Im wesentlichen waren die Ergebnisse die gleichen, wie sie bei *Na Cl* und *K Cl* ausführlich beschrieben worden sind.

Schluß.

Meine Versuche beweisen, daß alle negativ geladenen Salze das Minimumpotential herabsetzen, vorausgesetzt, daß sie nicht zu schnell verdampfen (z. B. *Cd J*$_2$, *Hg Cl*$_2$, *Fe Cl*$_3$). Die Erklärung ist in der Einleitung gegeben.

Wir haben bei der Emission von Ladungen folgende Fälle zu unterscheiden:

1. In elektronischen Leitern (Metalle, Oxyde usw.) verdampft bei höherer Temperatur das Elektron.

2. In elektrolytischen Leitern verdampft bei höherer Temperatur das Ion mit der größeren Beweglichkeit.

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. **75**, 360, 1924.

3. Bei elektronisch leitenden Substanzen kann schon bei gewöhnlicher Temperatur den vorhandenen Elektronen durch Licht eine so große lebendige Kraft erteilt werden, daß sie emittiert werden (lichtelektrischer Effekt).

4. In Salzen, welche bei der Elektrolyse Faradays Gesetz gehorchen, also keine Elektronen enthalten, können durch höhere Temperaturen Elektronen entstehen; sie werden dann gemischte Leiter oder wandeln sich in elektronische Leiter um und emittieren dann auch Elektronen.

5. Ebenso können auch in diesen Salzen schon bei gewöhnlicher Temperatur durch Licht Elektronen abgespalten werden, die darauf emittiert werden (lichtelektrischer Effekt der Salze).

6. Durch Elektronenstoß und durch den Stoß von positiven Ionen können aus elektronisch leitenden Substanzen Elektronen zur Emission gezwungen werden.

7. Dies gilt auch, wie meine Versuche für den positiven Träger zeigen, für Elektrolyte; bei diesen, die von vornherein keine Elektronen enthalten, werden durch den Stoß des positiven Ions Elektronen erzeugt, die emittiert werden können und bei genügend hohen Spannungen durch Stoß die Gasmoleküle ionisieren und so die Entladung hervorrufen. Da die Austrittsarbeit bei den Salzen kleiner ist als bei den Metallen, so setzt ein Salz das Minimumpotential herab.

Für die Untersuchung des Minimumpotentials ergibt sich aus den vorliegenden Versuchen, daß man peinlichst darauf achten muß, Salze von den Elektroden fernzuhalten; so ist z. B. eine Reinigung der Kathodenoberfläche durch Schmirgeln oder Polieren zu vermeiden, da hierdurch nur neue Salze auf die Metallfläche gebracht werden. Auch die bekannte Methode der Reinigung des Entladungsrohres von anhaftenden Wasserhäuten kann die Kathode mit Salz beladen, da diese auf die Kathodenoberfläche sublimieren können.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Nach zwei verschiedenen Methoden wurde der Einfluß von Salzen auf das Minimumpotential untersucht.

2. Alle untersuchten Salze ändern das Entladungspotential bei positiver Ladung nicht.

3. Bei negativer Ladung setzen Salze das Entladungspotential bei allen Drucken herab.

4. Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Steigerung der Abnahme. Diese ist prozentisch am größten bei niederen Drucken und kann bis 100 Proz. gehen.

5. Bei Salzen, welche leicht verdampfen, z. B. CdJ_2, $HgCl_2$, $FeCl_3$, wird keine Änderung des Potentials gegenüber einer salzfreien Elektrode beobachtet.

6. Die Größe der Herabsetzung des Minimumpotentials hängt von der Menge des Salzes ab.

7. Borsäure und Phosphorsäure ändern das Minimumpotential nicht. Eine Herabsetzung trat aber sofort auf, wenn diese Stoffe geringe Mengen von bor- bzw. phosphorsauren Salzen enthielten. Den Salzen und nicht den Säuren kommt die Eigenschaft zu, das Minimumpotential herabzusetzen. Die Elektronen, welche aus dem Salz austreten, stammen somit aus dem Metallion und nicht aus dem Säurerest.

Für die gütige Anregung und mannigfache Unterstützung bei der Ausführung der Arbeit sei Herrn Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Schmidt herzlichst gedankt. Ebenso danke ich der Helmholtz-Gesellschaft für gütigst zur Verfügung gestellte Mittel.

Münster, Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 4. Mai 1932.)

BESPRECHUNGEN.

Johannes Fischer, Theorie der thermischen Meßgeräte der Elektrotechnik. Grundlagen zu ihrer Berechnung. XI und 147 S. mit 30 Abb. Stuttgart 1931. Verlag Ferdinand Enke. Preis geh. RM 13.—, geb. RM 14.50.

Ausgehend von den Grundgleichungen der Wärmebewegung und unter Benutzung der neuen Ergebnisse des Wärmeüberganges bringt das Buch erstmalig eine eingehende theoretische Diskussion der Temperaturverhältnisse bei den thermischen Meßgeräten (Thermoelement, Bolometer, Hitzdrahtgeräte, Thermokreuz u. a.) in übersichtlicher Form. Hieraus können mancherlei Nutzanwendungen für die Dimensionierung der Meßgeräte für bestimmte Zwecke gezogen werden. R. Hermann.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent für technische Physik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Hans Schulz zum a. o. Professor ebenda, der Privatdozent für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Rudolf Criegee zum Oberassistenten an der organischen Abteilung des Chemischen Instituts der Universität Marburg.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Bern Dr. Josef Tambor.

Gestorben: Der a. o. Professor am photochemischen Laboratorium der Technischen Hochschule Berlin Otto Mente.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.